機関車の基地内留置計画に対する整数計画アプローチ

北谷賀圭祐，今泉 淳，重田 英貴，森戸 晋

1. 研究の目的

鉄道会社では、さまざまな有限資源の時間的割当を決める計画作業（スケジューリング）を必要とする。しかし、それはは手作業を中心として行われ多大な時間要をもつしてきた経緯があり、その作業の迅速化のための数理技術による支援の意義は極めて大きい。それに、経営資源の活用という観点から見ると、鉄道におけるさまざまなスケジューリングの巧拙が資源利用の効率の鍵となることは議論を待つまでもない。

本研究では、各種計画立案の中から日本国内における機関車の基地内留置計画に焦点を当てる。長距離の旅客列車や貨物列車には機関車が用いられ、列車の牽引を終えた機関車は基地に留置されて次の列車まで待機する。そこで、留置する場所が限られた中、入換の手間を少なくするように留置することが必要となり、基地ではその留置のための計画立案が必要となる。

特に貨物輸送においては機関車は主役的存在であり、幹線の貨物列車の本数も多く、基地に入出る機関車の数も基地区においてはかなりの数にのる。その結果、機関車の出入りの頻度も高く、それが二十四時間中絶え間なく続くことでも珍しくない。したがって、このような状況に対応すべく、機関車をどう留置するかの目安を与えることが必要になる。

そこで、この問題に対する整数計画モデルを提案し、現実をベースにしたインスタンスを用いて計算機による実験を通じて、この問題の最適化を図る。

さらに、このモデルを通じた分析を行い、このモデルが、単に留置計画の立案に寄与するのみならず、基地の容量分析や基地の設計にも寄与し得る可能性を示唆する。

2. 機関車の基地内留置計画

2.1 概要

すでに述べたように、一般に客車や貨車の牽引のために列車に充当される機関車は、その列車が終着駅や機関車の交換駅に到着すると列車から解放され、駅に隣接する基地に留置される（基地の配線の例としては図1を参照）。そして、次の列車に充当されるまで待機をしたり、検査が必要な場合はそれを施行する。

基地内では、機関車を留置する場所である「機留線」に置かれが、基地はその内部の線路のつながり方（配線）や機留線の本数、あるいはそれらの長さの制約があるため、留置の仕方によっては機関車の出発時に他の機関車がその進路を塞ぐことがある。

特に機留線に着目すると、一般に一本の機留線を複数の機関車留められることが多く、そこには許容範囲内で数台の機関車を留置することがしばしば行われる。しかし、上記のように機関車の位置や出発時刻の関係で、ある機関車が他の機関車の出発時の進路を塞ぐことがある。その場合には機関車入れ換え作業

図1 基地内の配線の例（後述するB機関区の例）

2010年 2月号
必要となる。例えば、図2では、機関車Aの出発時に機関車Bが進路を塞ぐため、入れ換える必要がある。

一方、入換作業には要員を必要とするが、到着した機関車の基内地内での留置の方法に応じて入換の手間が異なり、またそれに応じて必要な要員数も変化するため、計画段階で入換回数が少なくななるよう留置を決めておくことが望まれる。これを「留置計画」と呼ぶ、留置計画では24時間対象とした計画が作成され、日々これが繰り返される。

2.2 問題の詳細

ここでは定式化で必要となる目的関数や制約の考え方について述べる。定式化そのものは3節で詳しく示す。

所与の条件 基地区内の機留線の本数やそれぞれの長さ、その機留区の配線によって定まる各機留線への出入り可能な方向（右側からのみ、左側からのみ、両側から可能）、各機関車の到着および出発時刻が所与である。なお、複数の機関車が同時に到着あるいは出発したり、到着と出発が同時に起こったりすることはないものとする。

決定対象と評価項目 基地区到着した機関車を留置する機留線とその出入口のため（出入口の方向）を決定する。評価項目は、機関車の出発時に発生する「入換」（定義は後述）の総回数でありこれを最小化したい。

制約 制約は、「各機留線に留置する機関車の合計数はそれぞれの機留線長以下になること」であり、また、機関車については基地で検査を行うため当該の機関車を特定の機留線に留置することも考慮する必要がある。

入換の定義 ここでいう「入換」とは、「ある機留線に留置されている機関車が基地を出発する際に進路を塞がれているがゆえに必要となる、他の機関車の移動」のことであり、その際に移動させる必要がある他の機関車の数を「入換回数」と定義する。

そこで、機関車をどう移動させるかなどは問わない。また、機留線それぞれは区別しているが、同一の機留線内での留置位置までは考慮していない。したがって、機留線の関係からある機関車が同一の機留線内のみ移動する必要がある場合でも、これを入換とは見なさない。よって、目的関数は実際の基地で入換に要する手間を直接的に反映しているわけではない。

その他の仮定 本モデルでは、機留線に至る基地区の経路は着目の対象外としている。現場で発生する細かい条件、例えば、入換が生じたときにそれに要する時間や、他の機関車が線路を使っての間別の機関車がその線路を使えない時間などは考慮していない。さらに、機関車を一度留置したらそれ以後の機留線の変更は許可されないと仮定している。

2.3 過去の研究と本研究の比較

過去の研究として、Winter and Zimmermann[1]が機班動電車、GalloとMiele[2]はベースの基地区の最終到着から始発出発までの間の留置計画を扱った。本研究が対象とする問題は、24時間中常時機関車の発着がある問題である。これは、機関車が同時に到着するので、機関車1台が到着し留置されるたびに、各機留線内の機関車の合計数がその機留線長以下になればならない。


類似の問題を扱っている他の研究としてはFrelings et al.[3]が、本研究では機留線への出入りの方法に関する変数の考え方に付けてFrelings et al.[3]を参考としている。

2.2節で述べた前提下の問題は、計画立案に寄与する情報を与えるのみならず、問題が過度に詳細でないと解決ができないからこそ、上位の意思決定に役立つ情報が提供できると期待できる。

なお、この種の評価のためのOR手法としてシミュレーション、リサーチ
レーションを用いることも考えられる。シミュレーションは対策を与えればシステムの振る舞いがおおむね定まるようなケースには有効であるが、本研究が対象とするシステムでは対策を与えるだけでは決定対象の動きは定まらず、また本研究ではある状況下における「最適なやり方」を見つけることを指向しているため、シミュレーションよりも最適化モデルとして表現することがより適切である。

3. 定式化

3.1 記号の定義

集中の定義 機関車の集合を $E$、機留線の集合を $P$、機関車が機留線に出る方法の集合を $T = \{a, b, c, d\}$、検査が必要な機関車の集合を $E_c \subseteq E$、検査が可能な機留線の集合を $P_c \subseteq P$ と記す。

$T$ の要因の意味は、‘a’が「左側から入り左側から出る」、‘b’が「右側から入り右側から出る」、‘c’が「左側から入り右側から出る」、‘d’が「右側から入り左側から出る」である。

定数 $L_p$ は機留線 $p \in P$ の長さ、$l_i$ は機関車 $i \in E$ の長さ、$M$ は十分大きい数である。また、$r_n(i)$ よりも $r_0(i)$ はそれぞれ機関車 $i$ の到着時刻、出発時刻である。

なお、機関車 $i$ が機関区に到着した時点で機関区に留置されている機関車と機関車 $i$ からなる集合を $\theta(i)$、機関車 $i$ より出発時刻が遅く機関車 $i$ が基に留置されている間に基地に到着する機関車の集合を $\alpha(i)$、機関車 $i$ より出発時刻が遅く機関車 $i$ が基地に到着する時点で基地に留置されている機関車の集合を $\beta(i)$ と記す。

図 3 は、時間の経過に伴う基地への機関車の発着の様子の一例を示したものだが、機関車 $i$ に対して、破線で示されるような発着の機関車は $\alpha(i)$ に、一点鋼線で示されるような発着をする機関車は $\beta(i)$ に入れられ、それぞれ属する。

また、機関車 $i$ と機関車 $j \in \alpha(i)$ の間で入換が発生する場合において各機関車が機留線に出る方法の組合せを表す集合を $T_a$、機関車 $i$ と機関車 $j \in \beta(i)$ の場合に関する同様の集合を $T_b$ と記す。具体的には以下に示す通りである。

\[ \theta(i) = \{j | j \in E, r_0(j) \leq r_n(i) < r_0(j) \} \]

\[ \alpha(i) = \{j | j \in E, r_n(i) < r_0(j) \leq r_0(i) \} \]

\[ \beta(i) = \{j | j \in E, r_0(j) < r_n(i) \leq r_0(i) < r_0(j) \} \]

$T_a = \{ (a, a), (a, c), (b, b), (b, d), (c, b), (c, d), (d, a), (d, c) \}$

$T_b = \{ (c, a), (c, b), (c, c), (c, d), (d, a), (d, b), (d, c), (d, d) \}$

変数 $x_{ip}$ は機関車 $i \in E$ を機留線 $p \in P$ に出る方法 $t \in T$ で留置する場合に、1 でない数 0 となる 0-1 変数、$y_{ip}$ は発生する入換回数に対応する変数である。

3.2 留置不可能なケースの検出

機関車が基地に到着した時点で留置するスペースがないと留置できない。このようなことは、通常は計画立案時のダイヤの乱れによって相当の計画を変更する場合にチェックされるべきことである。

本研究では、定式化においてこのようなケースを実行不可能解とするのではなく、実行可能解として扱う。基地の容量を超えるケースを検出する。そのために、実際には存在しない長さが無限大の機留線（機留線 0）をモデル内に設定する。

機留線 0 は実際には存在しないので、機留線 0 に機関車を留置する解が得られた場合は、実際には機関車を留置できないケースが発生することを意味する。

3.3 定式化

定式化は以下に示す通りである。

\[ \min \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} \sum_{i \in E} y_{ip} + M \sum_{t \in T} \sum_{i \in E} x_{ip} \] (1)

s.t. \[ \sum_{i \in E} \sum_{p \in P} x_{ip} = 1, \ \forall i \in E \setminus E_c \] (2)

\[ \sum_{i \in E} \sum_{p \in P} l_x i_p \leq L_p, \ \forall j \in E, \ \forall p \in P \] (3)

\[ x_{ip} + x_{ip} - y_{ip} \leq 1, \ \forall (k, l) \in T_a, \forall i \in E, \ \forall j \in \alpha(i), \ \forall p \in P \] (4)

\[ x_{ip} + x_{ip} - y_{ip} \leq 1, \ \forall (k, l) \in T_b, \forall i \in E, \ \forall j \in \beta(i), \ \forall p \in P \] (5)

\[ x_{ip} \in \{0, 1\}, \ \forall i \in E, \ \forall p \in P, \ \forall t \in T \] (6)

\[ y_{ip} \geq 0, \ \forall i \in E, \ \forall j \in E, \ \forall p \in P \] (7)

目的関数(1)では入換回数だけではなく、機留線 0 へ
の留置に対するペナルティも考え、これらを最小化する。⑵、⑶式は機関車が機留線に必ず留置される制約である。⑷式は検査が不要な機関車を対象とし、⑸式は検査が必要な機関車を対象とする。⑹式は機関車の出発時に発生する入換回数を数える制約である。

なお、この定式化は計算期間の開始時に機関車が留置されていない前提の概念的なものである。しかし、本問題では到着・出発の順に応じた入換回数をカウントすれば良いので、24時で留置される機関車に対して本来の到着・出発時刻とは別にそれぞれの到着順序を考慮した便宜上の到着時刻や出発時刻を設定し、また変数に関して必要な条項を設定、その上で目的関数における入換回数の項の値の読み替えを適宜行うこと、この定式化により24時で毎日継返される計画立案に対応できる。

4. 本問題に対する最適化の結果

4.1 用いたインスタンスと実験の環境

ここでは、JR 貨物のA機関区、B機関区、およびC機関区を対象とする。実験では、DELL Precision 690（Xeon 5130 2.00 GHz，メモリ 2 GB, OS は Windows Vista）上の Xpress-MP 2006（Optimizer 18.10.00）を用いた。

インスタンスには、実際の基地の配線や機留線の長さを反映してある他、そこに出入する機関車の発着時刻、機関車ごとに異なる長さを考慮している、一方、各基地ごとに考慮すべき上記以外の要因（例えば基地ごとの都合により設定されている運用ルールなど）があったとしても、これは考慮していない。

4.2 結果の考察

表1に問題の概要と結果を示した。表内の計算時間に「*」がついているものは、最適解が得られていることを意味している（以降の表でも同様）。

一般に、機留線の数や発着する機関車数の増加に対応して変数や制約式の数が増える。その結果、計算時間は大きくなると考えられる。特に、機関区 C では数の数が増え、計算時間に関する困難が予想された。

しかし、計算実験を行った結果、いずれの場合に対しても、実務的な計画の立案の観点から見て極めて短い計算時間で、入換回数が 0 であるような最適解が得られた。

なお、表1および5.3節の表3の各問題の変数や制約の個数は、数理計画パッケージにインスタンスを与える際の汎用性を考慮した上で定数である数も見かけの上で変数として扱っているなどの理由から、カウントとしては冗長である。また、最適化に先立ちパッケージは問題に対する前処理を行うため、それらの数値は実際解かれる整数計画モデルの変数や制約の数に対する上限を意味する。

5. 本モデルを用いた分析

このような計画立案は基本的にはダイヤの改正時に行われる性質のものであるが、さらに進んで、基地の拡張や配線の変更に応じた入換の手間の変化に関する What-if 分析などにも使用できると考える。そこで本節では、このモデルを用いた分析を行い、単に与えられた時間表に対する留置計画を立てたのみならず、さらに基金の都合にも寄与する情報の提供できる可能性を示す。

以下では、所与のダイヤがそのままである前提下で、基地側の状況に関して仮想的な状況を与えてさまざまな分析を行う。これは、現状の基地の効率性の分析や、基地を将来的に拡張あるいは縮小したりする際の一つの目安を与えるものでありある。

これ以降の実験では、前節のインスタンスに比べて極端な状況を扱った定式化の一部を修正するなどしているため、計算が必ずしも表1のように短時間で終わらない可能性もある。そこで、この場合の計算はおおむね3,600秒前後を上限とし、その時点での暫定解に基づく結果を示す。

5.1 機留線群の廃棄の影響

基地の整備当初に想定したダイヤが時間の経過とともに変更し基地の実状が必ずしも現状のダイヤにあわない、あるいは将来的に想定されるダイヤにあわない、などの理由から、基地の改良が必要となるケースが考
えられる。例えば、基地が狭隘であるため機留線を増
設したり、基地が面積の面から比較的余裕がある敷地
にある場合にその敷地の有効活用の観点から機留線を
減らすことなどが、経営上の観点から考慮せざるを得
ない事柄となる得る。

C 機関区の例 C 機関区には合計 21 本の機留線が
あるが、これらは三つの機留線群（ブロック）のどれ
かに属している。しかし、これは国鉄時代の列車体系
をもとに設計された結果もあり、現状とそぐわない側
面もある。これをその効率面から検討する仮想的な状
況を考えよう。

ここでは、これら三つのブロックのそれぞれを「使
う/使わない」つまり仮定をした場合の、現行（三個
ロックすべてを使う場合）の状況以外の、少なくとも
ブロック一つを使わない六つのパターンに対する入換
回数を計算した。

そして実験の結果、三つあるブロックのいずれか一
つのみを開放するだけで、入換回数 0 が達成され、基
地の容量としては問題ないと判断した。つまり、C
機関区は単純にその面積ののみに着目すると、かな
り余裕のある基地であることが分かる。

5.2 基地内の運用ルールの影響の分析

基地によっては、なんらかの都合により機留線の使
用方法にその基地限りの運用ルールを設け、計画立案
の省力化や作業の単純化を図っているケースが有り
得る。

その種の施策がなんらかの意味での人間の手間を軽
減する可能性もあるが、実際の入換作業面における負
荷増大などの不利が伴っていないとも限らない。

B 機関区の例 この基地内（図 1 参照）のすべての
機留線の出入りが南側から可能だが、実際には各機留
線は FIFO、すなわち一方通行を原則に運用されて
いる。

そこで、このような運用ルールの得失を比較したの
が表 2 である。「無」は表 1 の結果と同じもの、すな
わち機留線の出入り方法になんら制限がない場合、
「有」は機留線の FIFO ルールを考慮した場合の結果
である。この比較から、その種の運用ルールのもとで
は、それぞれの場合では発生しない入換が起こること
がかかる。

5.3 必要最少な機留線数の分析

基地の開設時の容量や配線は、想定されるダイヤを
前提にして決定される。しかし、基地を設計する場所
によっては地域の問題もあったり、また仮に敷地が確
保できても設置費用の観点から、無制限に広大な基地
を設置することは現実的には不可能である。

そこで、想定されるダイヤに対して最低限の容量
が確保されていることが最低でも守られるべき条件と
なり、その上で使用する機留線を少なくし、また入換
回数を少なくすることが次いで求められる。

そこでこのようなことを念頭に置いた定式化を以下
に示す。

5.3.1 定式化の修正

すでに示した定式化に基づき、目的関数の変更と新
たな変数を導入した上で制約式の追加を行う。

目的関数は、i）「留置不可能な機関車の最小化」,
ii）「使用する機留線の数の最小化」を達成した上で、
iii）入換回数の最小化を実現するよう、修正を加える。

目的関数は複数の項からなり、それぞれ等しい単位を
とる最小化の対象項目であるが、係数として M や m
を乗じ、またこれらのスケールを変えすることで、まず
最初に i）が達成され、次いで ii）、 iii）を最小化する
ように最適化される。

また、各機留線を利用するか否かを表す 0-1 変数
を新たに導入し、機留線の数をカウントできるよう
にする。

定数 M, m ともに大きい数である。ただし、M ≫
m である。

変数 0 は機留線 p ∈ P を利用する場合に 1、さも
なくば 0 となる 0-1 変数である。

\[
\begin{align*}
\min \quad & \sum_{p \in P} \sum_{e \in E} y_{ep} + \sum_{l \in T} \sum_{i \in E \setminus E_c} x_{lp} + m \sum_{p \in P} z_p \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{e \in E} x_{lp} = 1, \quad \forall i \in E \setminus E_c \\
& \sum_{e \in E} x_{kp} = 1, \quad \forall i \in E_c \\
& \sum_{l \in T} \sum_{i \in E} (x_{lp} \leq L_p z_p) \\
& \forall j \in E, \forall p \in P \\
& x_{lp} + x_{lp} - y_{lp} \leq 1, \quad \forall (k, l) \in T_s \\
& \forall i \in E, \forall j \in a(i), \forall p \in P \\
& x_{lp} + x_{lp} - y_{lp} \leq 1, \quad \forall (k, l) \in T_s \\
& \forall i \in E, \forall j \in a(i), \forall p \in P
\end{align*}
\]

表 2 運用ルールの影響の分析

<table>
<thead>
<tr>
<th>運用ルール</th>
<th>無</th>
<th>有</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>留置不可台数</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>入換回数</td>
<td>0</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>計算時間 (秒)</td>
<td>1.2*</td>
<td>1036.8*</td>
</tr>
</tbody>
</table>
\[ x_{i} \in [0, 1], \forall i \in E, \forall p \in P, \forall t \in T \]  
\[ y_{i,j} \geq 0, \forall i \in E, \forall j \in E, \forall p \in P \]  
\[ z_{p} \in [0, 1], \forall p \in P \]  

目的関数(9)では、利用する機留数の本数および入換回数だけではなく、機留数0への留置に対するペナルティも考え、これらを最小化する。各変数は \( M \) および \( m \) を用いて重み付けされている。最も避けるべきなのは、到着した機関車が基に留置することができず実際には存在しない機留線0に留置されることなので、目的関数の2番目の項が \( M \) 倍されている。その条件の下で、利用する機留線の本数を最小化するので、目的関数の3番目の項を \( m \) 倍する。作成する留置計画はできる限り入換回数は少なくしたいので、目的関数の4番目の項で入換回数を最小化する。

(10)式は機関車 \( j \) の到着時に各機留線の収容能力を守るように機留線は留置する制約である。ただし、機留線を利用しない場合は変数 \( z \) により右辺が0になる。他の(10式、(11)式、(13)式、(16)式の意味は、それぞれ(2)式、(3)式、(4)式、(6)式の意味と同様である。

5.3.2 実験結果

表3に結果の一部を示した。定式化が一部変更されたため、計算時間にその影響が現れている。特に、B機関区とC機関区では最適解が得られていないため、それに注意して議論を行う必要がある。

入換を無視して収容能力のみで見ると、これらの基地は、ダイヤに示された列車による機関車を受け入れられる収容能力を元々有しているといえる。

その一方、必要最低限の機留線しか利用しない場合、機関車の入換作業が必要になってしまうことも分かる。特にC機関区の場合、必要とする機留線数は5で済むが、入換の回数が極めて大きくなる点などが目立つ。

これらが前述の通り最適解に基づく考察ではないとはいえ、A機関区に比べてB機関区やC機関区は列車の発着本数がかなり多いために、同程度の機留線数の場合に入換回数が大きく異なるのは、直観的には正しい結果だと考えられる。

5.4 考察

一般に、機留線数が少なければ入換の手間に影響を与えることは容易に想像でき、5.3節の表3もそれを示唆している。

これに対して、最低限必要な機留線数あるいは現状の機留線数から、どこにどのような機留線を増設すれば入換の手間がどのように減るか、次の現象を対象にこう、これについては増設にせよ、どこに何程度の小さい機留線を増設するかによっても異なるため、単純に機留線の数だけでは決まらない部分もある。

総じて、このようなトアドナの分析は、新設する基地の設計や既存の基地の機留線の増設にあたって重要な検討の対象項目となる。

すなわち、基地を設置したりその容量を変更したりする際には、予想される基座に対応した仮想的なダイヤから算定される操作数に応じて、基地の容量を設定することになる。その際、容量的には間に合っても、入換の手間がかなりそれに関する人員やその費用を無視し得ない場合もある。そこで、入換の手間を勘案して基地の容量を決定することが必要となる。

このような中で、適度にチェジングの詳細に立ち入ることなく、その一方で、一定の範囲で入換の手間を考慮しながら容量を決定することが、ある程度長期の計画立案には必要になり、そのような目的にこのモデルは有用であると考える。

6. まとめ

本研究では、機関車の基準留置計画に対して、基地での入換の回数を最小化するような留置方法を求める問題を数値計画問題として定式化した。そして、現実の基地に基づくインスタンスにより数値実験を行い、計算時間などに関して調べた。また、仮想シナリオを用いて、基地の規模、あるいは基地内の機留線数の変更などの影響を分析し、このモデルが基地の効率評価や基地の設計にも役立ち得ることを示した。

今後の課題として、基地内の機関車が重複で連結・分解をするケースへの対応や、機留線の変更
を許可するモデル。あるいは基地内での移動経路や入換の詳細までもを決定できるようなモデルの提案、より大規模な基地に対して適用した際に発生するであろう計算上の問題点の克服（高速化）などが挙げられる。

参考文献