

# 積分幾何学との出会い

腰塚 武志

本号はオペレーションズ・リサーチ誌が創刊されて 60 年になることを記念して企画された。私は本誌の創刊号にあった増山元三郎「幾何学的調査法の話」で「積分幾何学」を知り、これを基礎に都市の研究に取り組んできた。また本誌の編集が OR 学会に委ねられた年の 1976 年には本誌に「積分幾何学について」を連載させていただいた。私の研究に深くかかわっている「積分幾何学」にどのように出会い、後にはこの分野の世界的な権威である Santaló 先生にお目にかかることもできたのか、その辺のこについて述べてみたい。本オペレーションズ・リサーチ誌が私の研究にとって大変貴重なものであったことの証のつもりで書いたものである。

キーワード：積分幾何学，幾何学的調査法，都市工学

## 1. はじめに

私は高校生の頃から漠然と理学系の研究者になろうと思っていた。中学時代にみた南極観測の記録映画に感動し、できれば体を使って観測もするような自然科学系の研究者に憧れていたのかもしれない。ただ物を作るのも好きで工学部にも未練があり、理学か工学を大学入学後に決めることにした。これができる大学は当時では北大と東大しかなかったのである。

東大進学後も志望はさほど変わらず地球物理をやろうと思っていた。大学 2 年生の秋になって進学のガイダンスに行き、コロッと志望を変えてしまうのである。私が大学に進学した昭和 37 年（1962 年）に東京大学の工学部に都市工学科という当時耳慣れない学科が誕生していた。ガイダンスに行くまではそのことを知らなかったのに、その新設学科に進学を決めてしまった。主任教授で後に私がその先生の講座の助手として勤務することになる高山英華先生の「この学科は新設で何もない。この学科の将来は君たちの双肩にかかっている」という言葉にその気にさせられたのである。この学科を選ばなかったら私に OR との出会いはなかったであろう。

## 2. OR との出会い

大学の 3 年生に進学すると、最初は新鮮だった。教員も学生も新しいものに取り組んでいるという気運にあふれていたし、東京オリンピックを目前に控え、新幹線も開通した。そしてオリンピックの会場である代々

木の体育館や駒沢の競技場は都市工学科の先生方の設計によるものだったのである。多くの学生には少なくとも「日本の都市を良くしたい」という共通の思いがあったと思う。だが、学科の新しさが色あせていくと学問の中身が何もない、当時の学生には少なくともそう見えるのだった。私はその後都市工学という分野の基礎は何なのか、ということに思い悩んでいくことになる。ある友人は「そもそもこの分野に基礎などないのだ、人間のやることだから法律を改正したり作ったりして、ことにあたるしかない」と役人になる道を選んだ。私といえば専攻についてはとにかく研究者になるということにはこだわっていた。大学 4 年生になって大学院の入試を受けたとき、面接試験で「君は公務員試験を何故受けなかったんですか」と思いもよらぬ質問を受けた。先生方の何人かは私が建設省（当時）の役人になることを期待していたに違いない。研究者としては全く期待してはいなかったのでは、と今にして思うのである。

さてともかく前述の基礎の問題には答えの出ぬまま大学院に進学した。そこで新しい先生と出会うことになる。私の学部時代にはアメリカに行っていて、我々が大学院に進学した頃帰ってきて助教授になった伊藤滋先生である。先生は MIT おられたので、MIT の都市計画や交通計画に関する Discussion Paper を山のように持ち帰り、大学院の演習でこれを手分けして学生に読むことを課したのである。今にして思うと Paper は玉石混交であった。同級生 5 人とこの演習を履修していたのだが、数理的に難しいものはだんだん私に集まるようになり、当時の都市計画における数理的アプローチがどのようなものであったかわかるようになった。

こしづか たけし  
南山大学理工学部  
〒489-0863 愛知県瀬戸市せいれい町 27

いろいろ多岐にはわたっていたが、対象地域の把握には多変量解析法が多く用いられ、他には土地利用モデルの中で線形計画法を用いるものが目を引いた。線形計画法についてはそのときまで私には知識がなく、このとき初めて独習し自分でプログラムも作成したのだった。プログラムと言えば当時は自分で作成するのが当たり前で、多変量解析でも主成分分析、判別関数、重回帰の変数選択等自分で作ったものである。専門家が作ったソフトが使いやすい値段で配布するようになるよりだいぶ以前の段階であった。話を線形計画に戻すと、いろいろあった論文の中で今から言えば整数計画に定式化された問題があった。道路を新規に作る候補路線がいくつもあり、予算制約の中でどれ(複数)を作ったら便益の総計が最大になるかという問題で、候補路線に相当する変数は0か1であり、1であれば建設するというものである。しかし当時のIBMの最新鋭機でも解けず(たぶんソフトが追いついていなかったのだと思う)、0から1という連続量で解いて、1に近い変数を1にするかという議論がなされていた。今の人から見れば問題にもならないような初歩的な話であるが、当時は解けなかったのである。私にとって、ここで線形計画に深入りしていく道筋もないわけではなかったろうが、前述した「都市工学の基礎」の問題を数理計画法が解決してくれるとは思わなかった。

修士論文は産業連関分析のアイデアを地域の連関に用いて就業者を予測するモデルを作り、名古屋市で実際に予測値を算出したり、土地利用モデルに線形計画法を用いるものを試作したが、自分としてはお茶を濁した感じで本来やるべきものではなかったと思っていた。書き上げてから指導教官に論文にして投稿しろと言われたが、とてもその気になれなかった。

博士課程に進学しても何を基礎にして研究していいか手ごたえが得られず、悶々と過ごしていた。都市の分野の論文は他分野で開発されたものを小手先で都市に応用するだけのものが多く、魅力的ではなかったのである。数理計画法を勉強したのでORという分野があり、数は少なかったが入門書のようなものがあつたのでORを一通り勉強したつもりだったが、学会に入ろうとはこの時点では思わなかった。もっとも今だから言うが周りの人たちが当然入会していた都市計画学会にも入会してはいなかったのである。博士課程に入ると間もなく大学紛争に巻き込まれていくことになるが、このときのことを書くと多くのページを割かなければならないので、ここでは触れないことにして先を急ぐ。

博士課程の2年目のとき急に私は助手に採用された。今の時代とは違い学位は修士のみ、業績については査読付き論文はもとより論文というものは一切無し、という状態で採用されたのである。ただ競争相手がいなかったわけではないし、空いた助手のポストは私が所属していた研究室(講座)のものではなかったことだけは言っておきたい。

さて助手になると間もなく伊藤滋先生はご自分の担当されていた「都市解析」という講義を私にまかせ、さっさと外国に行ってしまうのである。こんなことは今では許されることではないし、本当は活字に残すのはまずいかもしれないが、45年も前のことであり、時効だからということにしておこう。このとき「内容はどうしましょう」と先生にお聞きすると「なんでもいい」という答えであった。しょうがないから先生の演習で身についた線形計画法と多変量解析の話で講義を構成したのである。当時としてはそれでも我が分野としては先端ではなかったかと思っている。

### 3. 積分幾何学

しかし依然として自分の研究は借り物のような研究の域を出ていない。都市を地図で眺めると線と面で構成され、不定形が一般的であってそれをまともに扱うことはできないだろうか。近いものでヒントを与えてくれるものに林学関係の野外調査があり、ここで使われるものが新鮮だった。今はつくばに移っているが、当時目黒にあった林業試験所に北欧の論文を探しに行ったこともある。試験所の図書室の人を煩わして倉庫からやっと見つかった埃にまみれてでてきたものは、その道の大家の業績をまとめたJournalの特集号だったが、いかんせんスウェーデン語であったことを今でも記憶している。ともかくやりたいことに近いことはどうも様々な分野のしかもマイナーな領域に散見されるのが実情だった。

このようなときに奥平耕造先生から1つの論文のコピーを頂いた。それは増山元三郎著「幾何学的調査法の話」でオペレーションズ・リサーチ誌の創刊号(1956)に載っていたものである[1]。このオペレーションズ・リサーチ誌は日本科学技術連盟が発行していたもので、創刊から20年後の1976年にOR学会が引き継ぐことになるのである。ちなみに当時のOR学会の機関誌は「経営科学」というもので創刊も同じ1956年であった。この「幾何学的調査法の話」は様々なところで散見されていたものを幾何学的調査という点でまとめたもので、私は耳慣れない「積分幾何学」というものが

このような分野の基礎になることを初めて知ったのである。早速ここで紹介されていた Santaló 著の文献 [2] を東大前の有隣社に買いにいくと「昔いっぱい売れたんだけどまだ残っているかな」と言われ、本棚の隅から埃のかぶった 3 冊を見つけ出してくれた。本屋のせりふで、かなり前に積分幾何学が流行ったことがわかるのであるが、ともかくこれを買って求めてペーパーナイフで開いてみた。すると積年の疑問があつという間に氷解したのである。

最初に一樣な点の測度について述べられているが、これは普通直感でも頷かれるものなので素通りしてしまう場合がほとんどである。しかしここをおろそかにせず、まず合同変換で不変な点集合の測度は面積かその定数倍しかないことがきちんと示される。そしてこの論理を「一樣な」直線に用いるのである。直線は無限に伸びているので我々の直感を超えるところがあるのかもしれない。得られた結果は直線に垂線をおろした足の長さ  $p$  と垂線の角度  $\theta$  を一樣として「一樣な直線」の測度を計算すればいいというものであった (図 1)。それまでいろいろなところで語られていた「Bertrand の逆説」は実は逆説でも何でもないことがこれを用いればはっきりする。この内容や Santaló より前の時代の Crofton がいろいろ面白い定理を導いているが、ここでは割愛し文献 [2~4] に譲ることにする。

ただ不用意に幾何学的モデルを用い、一樣という意味では角度に関して間違っている事例が多々見受けられるので、その点だけをここでは注意しておきたい。図 1 は先程述べたようにある点 (原点  $O$  としてある) から直線におろした垂線の長さを  $p$ 、垂線の角度を  $\theta$  としてあるが、この直線をローカルに例えば線分  $AB$  に沿って測ろうとすると接線との角度  $\varphi$  を用いた重み  $\sin\varphi$  をつけなければならない。グローバルな角度  $\theta$  は一樣「にもかかわらず」ローカルには重み  $\sin\varphi$  を「つけなければならない」のではなく、グローバルな角度  $\theta$  が一樣「だからこそ」ローカルには重み  $\sin\varphi$  が「つく」、のである。講義ではよく方向のついた微小な線分に八方から鉄砲玉が飛んでくることを想定すれば、線分方向の直角方向が最も当たりやすい、という直感的な説明をしている。一樣な直線ではなく図 2 のような曲線分でも同様で、固定した線分  $C_0$  と一樣に分布するすなわち  $(x, y)$  と  $\theta$  が一樣な曲線分  $C_1$  があるとき、やはりローカルには図の交点で  $\sin\varphi$  の重みがつく。多くの間違っている事例では、この方向性のあるローカルな場面で角度に重みをつけないで一樣としてしまい、グローバルな角度の一樣性を損なうのである。

$$[dp, d\theta] = \sin\varphi [ds, d\varphi]$$

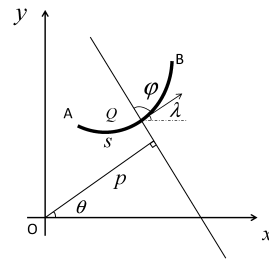


図 1 直線と線分

$$[dx, dy, d\theta] = \sin\varphi [ds_0, ds_1, d\varphi]$$

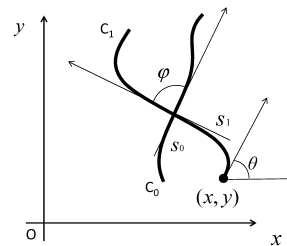


図 2 二つの曲線

さて自分の研究としては積分幾何学で知ったポアンカレの公式を用い、都市の道路網についてその長さを交差点数によって推定する式を導いた。これを東京、京都、仙台等の道路網に当てはめても十分説明力があることを示すことができ、ようやく研究の手ごたえや、研究をやっていく自信が生まれたのである。これを初めて OR 学会で発表したのが 29 歳で、OR 学会には随分遅いデビューであった (文献 [5])。この頃積分幾何学を基礎に次々と着想が生まれ、充実したおもしろい毎日を経ることができた。あるとき OR 学会の研究発表会で発表したものが会員の目にとまり、学会誌で言及していただいたのが縁で、前述したオペレーションズ・リサーチ誌が OR 学会編集に移った 1976 年に「積分幾何学」の連載をすることになった [4]。浅学非才の身ゆえ当初引き受けるのを躊躇したが、初代の編集員長であった森村英典先生にご助言をいただくことで、なんとか執筆することができた。

#### 4. Santaló 先生

学会誌への執筆をしていた頃 Santaló の新しい本が出るのがわかり、航空便で手配したが執筆には間に合わなかった [3]。前述の [2] が 1953 年発行なので、勝手に著者は引退されている方と思いこんだが、現役の

研究者だったのである。

それから5年位たった頃だろうか日本においてメッシュデータの利用が開始され、メッシュデータは推定値であることからその誤差について研究する必要があった。1983年にはこれに関して田口東先生と共著でOR学会の研究発表会で発表もしている。いろいろ難しい問題はあるのだがここでも、積分幾何学の主公式と言われるものを用いると見通しの良い計算ができ、これを1987年のIFORSで発表することにした。開催国はアルゼンチンであり、新著の本によればSantaló先生はブエノスアイレス大学に所属していたのである。ちょうどアメリカにいたこともありアルゼンチンへは日本からよりもだいぶ近いので参加することにした。まあ事前に手紙でも書いてあわよくばSantaló先生にお目にかかるうとは思っていたものの、私はこういうことには無精だったので、結果的には何もせずブエノスアイレスに行ってから実行委員のメンバーにきくことにした。きっとブエノスアイレス大学の関係者がいるに違いない、そう思っとうまくいったらサインをもらうつもりでSantaló先生の新著を携えてボストンからブエノスアイレスに向かったのだ。

予定では夕方ニューヨークのJFK空港を飛び立って次の日の午前中にブエノスアイレスに着くはずだった飛行機は、機材の調整に時間がかかりJFKを飛び立ったのが深夜で、途中予期せぬベネズエラで調整のため着陸し、ブエノスアイレスに着いたのは夕方という始末だった。日本から来て落ち合うことになっていた伏見先生をはじめ日本のOR学会の方には随分心配をかけたことになる。翌日IFORSの受付に向くと名前を告げた途端、一室に連れて行かれ、実行委員会のメンバーであったSantaló先生の弟子にお目にかかることになった。Santaló先生の本をReferenceに挙げてある日本人がいるということで向こうは手ぐすね引いて待っていたらしい。Santaló先生はブエノスアイレスではとても高名な数学者だったのである。「先生のところに連れて行ってやる」というのですぐ日程調整ができ、私はブエノスアイレス大学のSantaló先生に、運よく何もこちらから準備もすることなくお目にかかることができたのである。

先生は温厚という言葉がぴったりの老紳士で東洋からはるばる来た私をもてなしてくれたのだ。先生はブエノスアイレス大学では終身教授で、研究室も持ちで、まだ講義もされているということであった。当時70代後半と思っていたが、今回調べてみると当時75歳、私は43歳で、写真1はブエノスアイレス大学



写真1 Santaló先生とブエノスアイレス大学にて

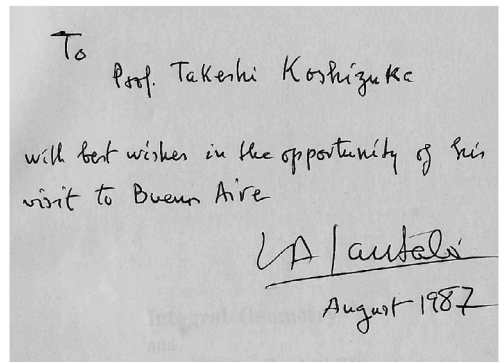


写真2 Santaló先生のサイン

の構内で撮ったものである。時期は1987年の8月中旬、南半球のアルゼンチンは桃に似た花が咲いていたので春先といったところだったろう。数学科の先生方と懇談の機会を持ったが、私がブエノスアイレス大学の学生数をきいたところ「10万人」、「2万人」、「1万人」という返事があった、仲間内で論争していたのはさすが数学科という思いがした。

写真2はこのとき先生の新著にいただいたサインである。この本はボストンで出版され、日本の私のもとに来て、それからまた私と一緒にボストンに帰り、つぎにブエノスアイレスに行き、ボストンに戻ってから、日本に帰り今私の書斎にある。私と共に随分長い旅をした本だと言うことができるだろう。

思えばオペレーションズ・リサーチ誌で積分幾何学に出会い、ORの世界大会であるIFORSに参加したためにSantaló先生にもお目にかかることができた。OR学会に所属していなかったらこのようなことは私には起らなかったに違いない。

## 5. 本来の積分幾何学

ところで話を遡り、積分幾何学の初歩的な基礎を身

に着けてから研究に弾みがつき、どうやら博士論文を書くことができた。このとき私の所属していた都市工学科だけでは審査ができないということになり、計数工学科の伊理正夫先生、伏見正則先生に審査委員に加わっていただいた。なんとか博士号を取得できたのは、1977年のことで、私は33歳になっていたのである。

その後筑波大学に移り、研究室も整って落ち着いて研究が進展し始めた頃、伊理先生より「計算幾何学」の話の伺い、OR学会の中に鹿島財団の助成を受けた研究会が立ち上がるので、メンバーになるようにお誘いを受けた。この研究会には現在OR学会の副会長である室田一雄先生も参加されていて、毎月のように開かれた研究会は充実していて楽しいものであった。このときの成果は後年、文献[6]として結実するのであるが、この頃から私は図形の量について認識が深まったように思う。

積分幾何学は様々な図形が織りなす全体や、ある条件を満たす部分の Measure「量」を測るものである。だから幾何確率を議論することにも用いられるが、本来は幾何確率と一体のものではない。私の分野について考えると「量」は形の機能、様々な図形(都市の様々な建築物)の集合が生み出す環境や景観さらには災害の危険性等に深い関係があって、その量が積分幾何学の公式等でどこまで理論的に算出できるか、またはできないかをはっきりさせるのに重要な役割を果たすものと思っている。多くの人は「積分幾何学は幾何確率以外に 응용分野がない」と思っているようだが、私はこれについては心外に思っていて、「形」の持つ機能等を議論することから、これを進展させようと思っている。これまでの私の応用を見ていただければ、この意味合いが強いことはわかっていただけだと思うのだが、これについてはまたあらためて論じたいと思っている。

## 6. おわりに

原稿依頼を受けたとき、軽い気持ちで「都市のOR 40年」という題でOR学会での我々の分野の進展を書こうと思った。去る8月に北海道科学大学で開催されたOR学会の秋季研究発表会で特別講演を頼まれていて、この題は講演の副題にもなっていたのである。しかしこの号の編集の意図はオペレーションズ・リサーチ誌の60年を記念するものであった。私は出版されてから随分時間が立っていたとはいえ、その創刊号の記事に触発されて研究者として出発したことから、積分幾何学との出会いについて書かなければならなかった。加えて本文中にも書いたが創刊から20年後の1976年、

オペレーションズ・リサーチ誌の編集がOR学会に委ねられた年に積分幾何学の連載をさせていただいたきさつがある。

すると積分幾何学に遭遇するまでの、外から見たら何もしていないような私の研究者としての20代を書かなければならなくなる。現在では考えられないかもしれないが、私は30歳になるまで査読付き論文を書いたことがない。過去の20代の私の業績では現在どこの大学でも雇ってはもらえないだろう。しかし20代の大切な時期にあれこれ模索したり、悶々として一見無駄なことをしていたことは私の財産であり、これがその後の研究の糧となっている。前述のように20代で一編の査読付き論文も書かなかった私だが、その後査読付き論文をそれなりに書いており、私の分野では多いほうだと自負している。

現在の若い研究者を取り巻いている環境は厳しい。例えば任期付で採用され5年間でテニユアをとれるような業績を上げなければならぬのであれば、とても無駄な回り道をする余裕がないだろう。研究分野が既存のもので現在の最先端を競うということであれば、文部科学省が推奨するようなテニユア制度もいかもしれない。しかし研究者の道が一律にそれを経なければならないというのはおかしい。これでは5年間だけの競争に勝った底の浅い研究者集団しか生まれぬ可能性もあるのではないかと危惧している。あえて若いとき私に研究業績がなかったことを書いたのは、現在の制度にそぐわなくて居心地の悪い中でも頑張っている若い研究者がいるかと思い、この人たちにエールを送りたい気持ちがあるからである。さらに私のような過ごし方を気長に寛大に見守ってくれた、学生時代の指導教官であって、助手時代は直属の上司だった前述の伊藤滋先生にも感謝申し上げたいと思っている。

## 参考文献

- [1] 増山元三郎, “幾何学的調査法の話,” オペレーションズ・リサーチ, **1**, 41-49, 1956.
- [2] Santaló, L. A., *Introduction to Integral Geometry*, Hermann, 1953.
- [3] Santaló, L. A., *Integral Geometry and Geometric Probability*, Addison-Wesley, 1976.
- [4] 腰塚武志, “積分幾何学について (1), (2), (3), (4), (5),” オペレーションズ・リサーチ, **21**, 524-529, 591-596, 654-659, 711-717, 1976/**22**, 40-45, 1977.
- [5] 腰塚武志, “交差点に着目した道路網の捉え方 (積分幾何学の応用),” 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集, 129-130, 1973.
- [6] 伊理正夫監修, 腰塚武志編, 『計算幾何学と地理情報処理』, 第2版, 共立出版, 1986.