

## 応用最適化シリーズ6 非線形計画法

朝倉出版 208頁 2015年 定価3,400円+税 ISBN: 978-4-254-11791-2

本書は、2002年に朝倉書店より出版された「応用数値計画ハンドブック」をベースに、各分野の内容を掘り下げて、より詳細に記述した「応用最適化」シリーズの一冊です。タイトルのとおり、非線形計画法が本書の対象です。

非線形計画に関する書籍は、凸解析や、KKT条件をはじめとする基礎理論を中心とするもの、拡張ラグランジュ乗数法・逐次二次計画法などのアルゴリズムを中心とするもの、あるいはその両方を対象とするものがあります。本書は両方を対象とするものの、どちらかと言えばアルゴリズム寄りの書籍であると言えます。

第1章の導入は、簡潔ではあるものの、非線形計画法を整理・理解するうえで重要なポイントが、的確にまとめられています。大域的収束性・収束速度の話題はよく知られていますが、「収束する」には、複数のパターンがあることは、専門家以外の方はあまり意識されていないのではないでしょうか。また、非線形計画法において、アルゴリズムを比較するうえでのポイント（主に、計算速度・計算精度）についても、1節を割いてまとめられています。実際にアルゴリズムを実装する立場からは、このように各手法を比較・整理して理解することは、極めて重要と考えます。非線形計画の応用例として、サポートベクター回帰や、金融工学におけるリスク最小化の問題を取り上げていることも、現代の書籍ならではと言えます。

第2章から第4章では、非線形計画に関する基礎理論が解説されています。本書で取り扱う話題は限定されていますが、定理の証明はくまなく与えられており、十分滑らかな関数に対するKKT条件を、曖昧さなく理解するうえでの、ある種の最短コースが提供されています。一方で、共役関数に関連する話題に関しては、その存在も含めて、一切触れていません。

第5章では、二次計画問題が取り上げられています。制約なし二次計画問題の解法として、共役勾配法が、制約あり二次計画問題の解法としては、有効制約法（双対法）を扱っています。制約なし二次計画問題の

解を求めるには、本書でも触れているように線形方程式を解けばよく、その手段の一つとして共役勾配法があります。初学者は、これを制約なし二次計画問題の唯一の解法と誤解しないよう注意が必要です。一方の有効制約法は、本書で紹介されている他のアルゴリズムと毛色が異なり、単体法に近いアルゴリズムですが、証明も含めて詳細に紹介されています。

第6章では、制約なしの非線形計画法の基本的なアルゴリズムが紹介されています。基本的な枠組みとして、直線探索法と、比較的新しい信頼領域法の2種類が存在し、前者における探索方向の求め方として、最急降下法、準ニュートン法、ニュートン法が紹介されています。特に準ニュートン法に関しては、更新規則の導出の根拠が詳しく述べられており、これは類書にはない本書の特色です。ところで、非線形最適化のアルゴリズムには「全体として大域的最適化を担保する枠組み」に基づいた命名と、「探索方法をどう導出するか」に基づいた命名があり、紛らわしいところではありますが、この点に関しても、本章ではわかりやすく整理されています。

第7章では、非線形計画法におけるKKT条件がある種の、微分可能でない非線形方程式に帰着されることが示されます。そして、微分可能でない非線形方程式を解くためのアルゴリズムである、一般化ニュートン法も同時に紹介されています。一般化ニュートン法に関しては、洋書を含めても紹介されている書籍が少なく、本書の記述は貴重です。本章では、他にも非線形方程式を解くアプローチの一つとして、ホモトピー法が紹介されています。この考え方は、内点法を見通しよく理解するうえで、大変重要です。

第8章では、微分不可能な関数に対する、制約なし非線形計画が取り上げられています。特に、微分を用いない最適化手法に関して1節を割いて取り上げており、最近の傾向を反映しています。また、本章で取り上げているバンドル法に関しては、和書では紹介されている書籍が少なく、本書の簡潔な記述は貴重です。

第9章では、非線形計画の主目標である、制約付き非線形計画の、代表的なアルゴリズムが紹介されています。ここで解説されている各アルゴリズムを説明するために、第5章から第8章の結果を利用しています。ペナルティ関数という言葉が説明抜きに用いられている箇所は、やや理解しづらいかと思われそうですが、わずか20ページほどの間に、代表的アルゴリズムの枠組みのみならず、その大域的収束性を示すための重要なポイントが説明されています。一方で、歴史的・理論的には重要であるSUMT法や、近年研究が進んでいるフィルター法に関しては、本書では取り上げられていません。

本書はページ数の少なさにもかかわらず、取り扱っている内容は幅広く、なおかつ可能な限り、自己充足的な証明が与えられています。また、単に証明を与えただけでなく、感覚的な理解を助けるための説明も随所に与えられており、これらを読むだけでも価値があります。

また、本書のもう一つの特色として、それぞれの主張・アルゴリズムの関係が、よく整理されている点が挙げられます。非線形計画法を初めて学ばれる方はもちろん、一度非線形計画法を学ばれた方が、知識を再構成するうえでも、本書は有用ではないでしょうか。

(原田耕平)