プル生産方式による生産システムの性能評価法

井家　敦

キーワード：生産システム，性能評価，マルコフ連鎖

本稿は，影島 るみ子さんによる 2015 年度神奈川工科大学大学院工学研究科情報工学専攻に提出した修士論文をもとに加筆修正したものです．

1. はじめに

生産システムとは，名前のとおり工場などで「モノ」を作るための技術体系のことを指します．特に，トヨタ生産方式 [1] に代表されるプル生産方式は多くの製造業で採用されています．プル生産方式とは見込み生産方式とも呼ばれ，実際の需要に応じて製品を供給する生産方式のことで，「後工程が前工程に，必要なモノを，必要なとき，必要なだけ引き取りに行く」というのが基本的な考えとなっています．

一般に，生産システムにはさまざまな不確実性をもちます．すなわち，製品の需要は常に変動するものであり，また製品の生産も設備故障などにより安定した供給を満たせる保証はありません．このような状況下における生産システムの性能評価は近年においても非常に重要な問題です．本稿では，プル生産方式の一つである拡張かんばん方式 [2] について，その数学モデルにより定式化し性能評価を行う方法を述べます．また，システム全体の費用を考え，数値計算例を示します．

2. 拡張かんばん方式による生産システムモデル

図 1 のような，生産工程がサプライヤーから納入された部品を加工して単一品種の製品を完成させ，顧客に供給する単一工程の拡張かんばん方式による生産システムモデルを考えます．なお，「かんばん」とは部品および製品の在庫量を管理するのに用いられる情報伝達ツールのことです．かんばんは，生産指示かんばん

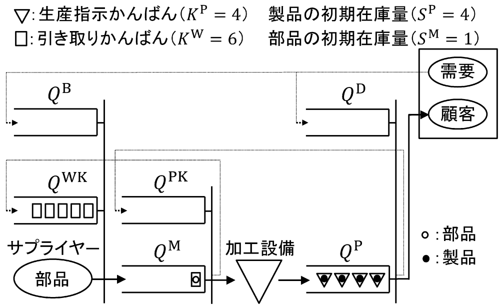

図 1　拡張かんばん方式による生産システムモデルの例

と引き取りかんばんの 2 種類に大別されます．生産指示かんばんは製品に取り付けられ，製品の生産量を制御します．一方で，引き取りかんばんは部品に取り付けられ，サプライヤーからの部品引取量を制御します．

図 1 における Q^{M} は部品置き場，Q^{P} は製品置き場，Q^{PK} は生産指示かんばんポスト，Q^{WK} は引き取りかんばんポストを表します．Q^{B} と Q^{D} には製品に対する需要情報が到着します．

K^{P} は生産指示かんばんの枚数すなわち製品の最大在庫量を，K^{W} は引き取りかんばんの枚数すなわち部品の最大在庫量を表します．S^{P} は製品の初期在庫量を，S^{M} は部品の初期在庫量を表します．これら四つのパラメータは拡張かんばん方式の性能を決める制御パラメータとなります．

各期間において，イベントの起こる順番は，「部品の発送」，「顧客への製品の供給」，「製品の生産」，「需要の到着」と考えます．

まず期間 n $(n = 1, 2, \ldots)$ の期首に，サプライヤーによる原材料の発送が行われます．発送された原材料は，すぐさま生産工程が部品として受け取ります．このときの発送量を $O^{\mathrm{M}}(n)$，受け取った直後の生産工程の部品在庫量を $Q^{\mathrm{M}}(n)$，空引き取りかんばん枚数を $Q^{\mathrm{WK}}(n)$ とします．なお引き取りかんばんにより発送が抑えられ，Q^{B} に需要情報が残った場合，これを期間 n における生産工程の部品品切れによる発注残 $Q^{\mathrm{B}}(n)$ として扱います．これらは，それぞれ以下の式で与え

いのいえ　あつし
神奈川工科大学 情報学部
〒 243–0292 神奈川県厚木市下荻野 1030
inoie@nw.kanagawa-it.ac.jp

られます．

$$\begin{aligned} O^{\mathrm{M}}(n) = \min\{&Q^{\mathrm{B}}(n-1) + D(n-1),\\ &K^{\mathrm{W}} - Q^{\mathrm{M}}(n-1) + P(n-1)\}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$Q^{\mathrm{M}}(n) = Q^{\mathrm{M}}(n-1) - P(n-1) + O^{\mathrm{M}}(n), \quad (2)$$

$$Q^{\mathrm{WK}}(n) = K^{\mathrm{W}} - Q^{\mathrm{M}}(n), \quad (3)$$

$$Q^{\mathrm{B}}(n) = Q^{\mathrm{B}}(n-1) + D(n-1) - O^{\mathrm{M}}(n). \quad (4)$$

ここで，(1) は $Q^{\mathrm{B}}(n-1) + D(n-1)$ あるいは $K^{\mathrm{W}} - Q^{\mathrm{M}}(n-1) + P(n-1)$ のうち，値の小さいものが $O^{\mathrm{M}}(n)$ の値となることを示しています．また，$P(n)$ を期間 n における製品の生産量，$D(n)$ を期間 n に到着する需要情報量とします．

発送と同時に，生産工程による顧客への製品供給が行われます．このときの供給量を $O^{\mathrm{P}}(n)$，供給した直後の生産工程の製品在庫量を $Q^{\mathrm{P}}(n)$，空き生産指示かんばん枚数を $Q^{\mathrm{PK}}(n)$ とします．なお生産工程に必要な量の製品がなく，Q^{D} に需要情報が残った場合，これを期間 n における生産工程の製品品切れによる受注残 $Q^{\mathrm{D}}(n)$ として扱います．これらは，それぞれ以下の式で定めることができます．

$$\begin{aligned} O^{\mathrm{P}}(n) = \min\{&Q^{\mathrm{D}}(n-1) + D(n-1),\\ &Q^{\mathrm{P}}(n-1) + P(n-1)\}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$Q^{\mathrm{P}}(n) = Q^{\mathrm{P}}(n-1) + P(n-1) - O^{\mathrm{P}}(n), \quad (6)$$

$$Q^{\mathrm{PK}}(n) = K^{\mathrm{P}} - Q^{\mathrm{P}}(n), \quad (7)$$

$$Q^{\mathrm{D}}(n) = Q^{\mathrm{D}}(n-1) + D(n-1) - O^{\mathrm{P}}(n). \quad (8)$$

発送と供給を終えた後，製品の生産を行います．製品生産量 $P(n)$ は以下の式で与えることができます．

$$P(n) = \min\{Q^{\mathrm{M}}(n), Q^{\mathrm{PK}}(n), C(n)\}.$$

ここで $C(n)$ を期間 n における製品の生産能力とします．

期間 n の期末に製品に対する需要情報 $D(n)$ が生産工程に到着し，期間 n が終了します．

上記で説明した拡張かんばんシステムですが，製品の生産能力 $C(n)$ と需要情報 $D(n)$ が不確実性をもつ（確率的に変化する）と考えられます．よって $C(n)$ や $D(n)$ が確率変数であると仮定したとき，このモデルはマルコフ連鎖 [3] と呼ばれる確率モデルとして扱うことが可能となります．マルコフ連鎖は，このようなシステムの性能などをコンピュータを用いて計算する際に，比較的扱いやすいことが知られています [4].

表 1　各 $K^{\mathrm{P}}, K^{\mathrm{W}}$ に対する平均総費用と平均総受注残費用

K^{P}	K^{W}	平均総費用（平均総受注残費用）
6	5	151.1 (105.8)
6	6	97.8 (43.6)
6	7	100.2 (43.7)
7	5	129.3 (76.1)
7	6	88.4 (27.4)
7	7	89.4 (27.4)
8	5	113.7 (53.6)
8	6	82.8 (15.8)
8	7	83.7 (15.8)

3.　数値実験

2 節で与えた生産システムモデルの数値計算結果を紹介します．各期間 n に対し，生産工程の生産能力 $C(n)$ は分布 $c_6 = 0.9, c_1 = 0.05, c_0 = 0.05$ に従い，需要量 $D(n)$ は分布 $d_3 = 0.25, d_4 = 0.5, d_5 = 0.25$ に従うものとします[1].

また，性能評価のために以下のような費用を考えます．$h_{Q^{\mathrm{M}}}$ を部品一つ当たりの在庫費用，$h_{Q^{\mathrm{P}}}$ を製品一つ当たりの在庫費用，$h_{Q^{\mathrm{D}}}$ を製品一つ当たりの品切れによる受注残費用，h_{B} を製品受注残発生費用とし，$h_{Q^{\mathrm{M}}} = 6$, $h_{Q^{\mathrm{P}}} = 12$, $h_{Q^{\mathrm{D}}} = 80$, $h_{\mathrm{B}} = 120$ とします．

表 1 に，$S^{\mathrm{P}} = 3, S^{\mathrm{M}} = 5$ としたときの，システムの平均総費用と平均総受注残費用（製品一つ当たりの品切れによる受注残費用と製品受注残発生費用の和）を示します．結果から，生産指示かんばん K^{P} や引き取りかんばんの枚数 K^{W} を適切に定めることで，費用が減ることがわかります．また，生産指示かんばんや引き取りかんばんを増やすことで，製品の品切れが大きく減少する傾向も観測できます．

参考文献

[1] 大野耐一,『トヨタ生産方式―脱規模の経営をめざして―』, ダイヤモンド社，1978.
[2] 大野勝久,『サプライチェーンの最適運用』, 朝倉書店, 2011.
[3] 成田清正,『例題で学べる確率モデル』，共立出版，2010.
[4] 牧本直樹,『待ち行列アルゴリズム―行列解析アプローチ―』，朝倉書店，2001.

[1] たとえば，$c_6 = 0.9$ は，ある期間における生産数が 6 である確率が 0.9 であることを指します．