特集　　グラフ理論と OR

特集にあたって

土屋　翔一（専修大学）

次の文は，それぞれ Claude Berge が執筆した Hypergraphs (North-Holland Mathematical Library, 1989) と Graphs (North-Holland Mathematical Library, 1985) のまえがきからの引用である．

・For the past forty years, Graph Theory has proved to be an extremely useful tool for solving combinatorial problems, in areas as diverse as Geometry, Algebra, Number Theory, Topology, Operations Research and Optimization.

・Graph theory as a separate entity has had its development shaped largely by operational researches preoccupied with practical problem.

これらの文のグラフ理論とオペレーションズ・リサーチ (OR) の関連だけに注目すると，「グラフ理論は OR に対して有用な道具を提供し，その一方で，現実問題の解決を試みる OR の研究者たちによってグラフ理論の発展がもたらされた」と Berge が感じていたことがうかがえる．すなわち，グラフ理論と OR は相互に影響し合って発展してきたと言える．

グラフ理論の起源は，1736 年に Leonhard Euler が解決したケーニヒスベルク (Königsberg) の問題と言われている．これは「図 1 の左のような 4 カ所の陸地（斜線部）にかけられた 7 本の橋（太線）をすべてちょうど 1 回ずつ通り，出発点まで戻る経路は存在するか（ただし，出発点はどこでもよい）」という問題である．この問題に対して，Euler は図 1 の右のグラフを対応させ，そのグラフでは始点と終点が一致する一筆書き（すべての辺をちょうど 1 回ずつ通る経路）ができないことを証明することで，この問題には解（条件を満たす経路）が存在しないことを示した．

グラフ理論には上記のようにパズルを起源とした問題が存在する．その一方で，電車の路線図や Web のリンク，飽和炭化水素の異性体など，身の回りにはグラフとして抽象化できる構造が多々あり，さまざまな場面で応用されている．

本特集はグラフ理論の OR との結びつきや応用を，OR を勉強している学生たちに紹介することを主たる目的として企画され，六つの記事で構成されている．

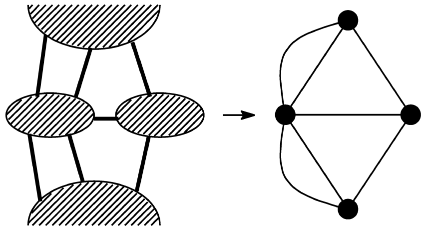

図 1　7 本の橋（左）と橋に対応するグラフ（右）

一つ目の記事は，筆者による「木構造の性質とその応用」で，まず基本的なグラフ理論の定義を紹介し，その後，木と呼ばれるグラフの性質や関連する問題を紹介する．二つ目の記事は，野口健太氏による「平面グラフ・曲面上のグラフ」で，平面やトーラスなどのオーソドックスな曲面上のグラフや，電子回路などへの応用がある本型埋め込みが紹介されている．三つ目の記事は，小田芳彰氏による「経路問題と離散数学」で最短路問題や中国郵便配達人問題，巡回セールスマン問題などの経路問題を通して，グラフ理論とアルゴリズムの関連を解説している．四つ目の記事は，小関健太氏による「ハミルトン閉路について」で，ナイトツアーというパズル問題から DNA の塩基配列決定問題という応用問題まで，ハミルトン閉路に関わるさまざまな問題が紹介されている．五つ目の記事は，斎藤明氏による「グラフの部分彩色とその拡張問題」で，割り当て問題やスケジューリングなどの応用がある頂点彩色問題を，近年，工学的応用から注目されている部分彩色の拡張問題を交えて解説している．六つ目の記事は，古谷倫貴氏による「線形計画問題による Vizing 予想へのアプローチ」で，支配数に関する未解決予想を通して，グラフ理論と最適化問題の数学的な関係を解説している．

これらの記事は，「学生たちにグラフ理論を紹介する」という主旨に沿うよう，難しい表現を避けることを心がけ執筆していただいた．また，機関誌編集委員である高野祐一氏（専修大学）からのご助言により，できるだけ平易な表現を用いるよう改善がなされた．各執筆者のご協力と高野祐一氏のご尽力に深く感謝申し上げる．

