

信用リスク入門

中川 秀敏

本稿では「(二群判別を含む) クラス分け」「数値的最適化」「数値的シミュレーション」といった OR でおなじみの問題・手法が、お金の貸し借りという単純だが重要な金融取引において本質的な「信用リスク」の評価にどのように利用されているか・利用されるかについて、ごく簡単な例とともに紹介する。

キーワード：信用リスク、クラス分け問題、リスクの依存構造、強度過程モデル

1. はじめに—信用リスクとは？—

「信用リスク」は英語の“credit risk”の訳語であり、ざっくりと言えば「お金を貸した相手が返してくれない可能性」または「お金を返してもらえないことで被る損失の大きさの見込み」を表す金融業界用語である。特に「お金を貸した相手が返してくれない」つまり「債務不履行」の状態のことを「デフォルト (default)」と呼び、デフォルト発生に焦点を当てる場合は、「信用リスク」ではなく「デフォルトリスク」と表現することもある。図 1 は、1987～2014 年までの日本における年間倒産件数と負債総額の推移を表している。ここ最近倒産件数は減少傾向にあるが、それでも年間 1 万社近くが倒産していることがわかる。

金融業界の一角を形成する銀行の中心業務は「融資」すなわち金を貸すことである。あるいは、融資や関連するサービスは銀行が顧客に対して「信用を供与すること」と同義であるため「与信」という用語を用いることもある。いずれにしても、銀行のビジネスとは、多数の取引先の「信用リスク」を引き受ける代わりに、取引先から利息をとって利益 (リターン) を得るビジネスと言い換えることができ、「信用リスク」を正確に把握して管理することが、銀行ビジネスの命運を左右する重要事項であると想像するのは難くない。

また、大企業などは銀行から融資を受ける以外にも、証券会社のサポートを受けつつ「社債」と呼ばれる債券¹を発行して、社債を金融市場で直接売ることによって「投資家」から資金を集めることができる。ただし、「株式」を発行して資金を集めるのとは異なり、社債の発行で資金を集めるということはあくまでも借金をすることであるので、社債投資家にとっては、社債を発行する

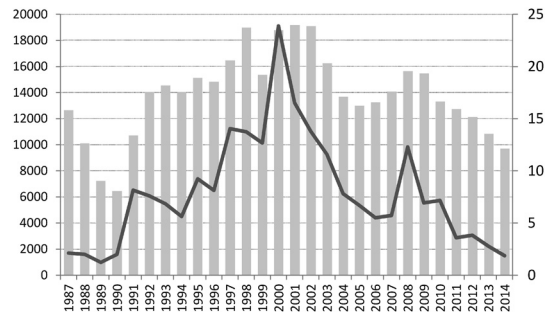


図 1 東京商工リサーチ社集計の日本における 1987 年から 2014 年までの年間倒産件数 (棒グラフ・左軸) および負債総額合計 (折線グラフ・右軸・単位は兆円)

企業の「信用リスク」を正確に把握して適切な投資戦略を実行することが重要になる。

さらに、最近ではデリバティブの相対 (あいたい) 取引²において、自分が有利な状況で取引相手から多額の金額を受け取れる状況であるにもかかわらず、取引相手がデリバティブの支払い契約を遂行してくれずに、デリバティブの利益を実現できなくなるという意味での「信用リスク」も注目されている。このような意味での信用リスクは、特に「カウンターパーティーリスク」と呼ばれて、今日のデリバティブの取引ビジネスおよびリスク管理の面で非常に重要な問題と認識されている。

2. 「信用リスク」の何が問題なのか？

前節でも少し触れているが、実際のビジネスの場面において、信用リスクに関して誰が「どんなこと」を問題にしているかについて、いくつかの例を挙げておく。

- (1) 銀行の融資担当者…「貸すべきか貸さざるべきか？ また、貸す場合には金利や期間や担保などの条件はどう決めるべきか？」

ながかわ ひでとし
一橋大学大学院国際企業戦略研究科
hnakagawa@ics.hit-u.ac.jp

¹ いわば市場で売買可能な借用証書。

² 自分と取引相手の間で直接取引すること。

³ カウンターパーティーとも呼ばれる。

- (2) 銀行全体のリスク管理担当者…「銀行全体でどれくらいの信用リスクを負担しているとみなすべきか？ 負担している信用リスクに見合った資本が準備できているか？」
- (3) 社債の投資家…「どの社債を買う／売すべきか？ 自分が保有している社債ポートフォリオの信用リスクは適正か？」
- (4) クレジット・デフォルト・スワップ (CDS)⁴に代表されるクレジット・デリバティブを取引する投資家…「どのようにクレジット・デリバティブを価格付けすべきか？」
- (5) デリバティブを相対取引する投資家…「取引相手の信用リスクを取引価格に考慮すべきか？ 信用リスクに見合った担保を要求する場合、担保額をどのように決めるべきか？」

ほかにもいろいろな場面を考えられるが、本稿では、OR 的な観点（最適化や数値シミュレーション）に基づき、上の (1), (2) に関連する問題の基本的なモデルおよび分析手法について、できるだけ平易な解説を試みたい。

2.1 個別の借り手のデフォルト判別・格付推定の問題

まず、個別の借り手（企業などの法人や個人）を信用力に応じてクラス分けしたり、点数付け（スコアリング）したりするという問題について考える。

クラス分けの問題⁵は、たとえば、個別企業の決算に基づく財務情報や株価などの市場情報⁶に基づいて、お金を貸してもよいクラス（安全融資先）と貸してはいけないクラス（デフォルト懸念先）を見分ける 2 群判別分析⁷を行う場面や、安全融資先と区分されていても、融資条件の策定やリスク管理上の必要（貸倒引当金の算出など）のために、信用力の程度に応じて借り手をさらに細かく「格付」に分類する重判別分析⁸を行う場面などで現れることになる。

⁴ 「信用リスクのプロテクション」と呼ばれるデフォルト損失を補填する一種の保険のような契約のこと。たとえば、ある社債の保有者（「プロテクションの買い手」）が、プレミアムと呼ばれる一種の保険料を「プロテクションの売り手」に定期的に支払う代わりに、もし社債にデフォルト損失が発生した場合にはプロテクションの売り手に損失を補填してもらうことを約束することで、社債のデフォルト損失を回避できる形になる。

⁵ スコアリングもクラス分けの一種と考えられる。

⁶ 個人であれば年齢・職業・資産状況などの情報が用いられる。

⁷ 「デフォルト判別」などと呼ばれる。

⁸ 「格付推定」などと呼ばれる。

重判別分析 (MDA) をデフォルト判別に応用した研究の嚆矢としては、Altman [1] の論文が有名である。1946~1965 年の米国の計 66 社分のサンプル（デフォルト企業と、業種・規模についてのペア・サンプルとしての非デフォルト企業各 33 社）に対して分析を行い（分析手法の技術的な詳細には触れられていない）、最終的に以下のような線形判別関数⁹を提唱した。

$$Z = 0.012X_1 + 0.014X_2 + 0.033X_3 + 0.006X_4 + 0.999X_5.$$

ただし、各説明変数は以下のとおり定義されるものとする： X_1 ：運転資本（＝流動資産－流動負債）/総資産、 X_2 ：留保利益（＝当期利益－役員賞与）/総資産、 X_3 ：利払前・税引前当期利益/総資産、 X_4 ：株式時価総額/負債簿価、 X_5 ：売上高/総資産。

そのうえで、 $Z < 1.81$ の企業を「破綻先 (“bankrupt”)」、 $1.81 \leq Z \leq 2.99$ の企業を「判別不確定 (“zone of ignorance” or “gray area”)」、 $Z > 2.99$ の企業を「安全 (“non-bankrupt”)」と判別するという見方を提案した。

線形判別モデルは、ごく単純に Z が正なら「安全融資先」、 Z が負なら「デフォルト懸念先」と判別するといった使い方も可能である。

近年は、単純な線形判別モデルではなく、ロジット・モデル (logit model) やプロビット・モデル (probit model) といった一般化線形モデル (generalized linear model) が用いられることが多い。

x_1, \dots, x_m をデフォルトの可能性を説明するためのリスク・ファクター（財務指標や市場データ）とし、これらの線形結合 $z = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_m x_m$ について、デフォルト確率 p を z の関数として $p = G(z)$ と表す際に、 $G(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$ とするものがロジットで、 $G(z)$ として標準正規分布関数 $\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$ を与えるものがプロビットである。

これらは、順序ロジットや順序プロビットという形で、格付推定などの重判別分析にも応用されている。

また、こうしたクラス分けの問題にサポート・ベクター・マシン (SVM) を応用した研究 (Van Gestel et al. [2] や田中と中川 [3] など) もあり、OR 的観点からも興味深い問題といえよう。

なおロジット分析および順序ロジット分析を用いた

⁹ Altman は、1983 年に改良したモデルを公表している。彼がこの判別スコアを「 Z 」と表記したためか、これらのモデルの線形判別関数の値は「 Z スコア」と呼ばれることが多いように感じる。

格付推定に関しては、本特集の山本零先生の「Rではじめる信用リスク分析」で、実際の分析例とともに詳しく解説があるので、そちらもご参照いただきたい。

2.2 ポートフォリオに対する信用リスク計測

次に、金融機関が保有する融資ポートフォリオに対する信用リスク評価が問題になるケースを考える。

特に、銀行は監督当局の規制によって、将来保有する融資ポートフォリオ内にデフォルトが大量発生しても経営上問題が起きないように、自己資本を十分に準備しておくことが要求されている。特に国際的には「バーゼル規制¹⁰」という枠組みで、保有する信用リスクに対して必要な最小自己資本額の算出ルールが定められているが、そのモデルは監督当局のチェックを必要とするものの、ある程度は内生的に開発することが可能である。

多いときには数万～数十万の融資先を有する金融機関にしてみると、個別融資先の信用リスク評価を厳密に行うことさえも困難であるが、仮に前節で触れたようなクラス分けやスコアリングなどで個別の信用リスク評価を行うことができたとしても、連鎖倒産といった事象に示唆される「信用リスクの依存構造」を適切に把握して、全体リスク量を算出することが非常に難しい。

全部で m 個の融資先があるとし、融資先 i ($= 1, \dots, m$) がある期間内にデフォルトしたら 1、デフォルトしなければ 0 を与える確率変数を Y_i とし、融資先 i がデフォルトしたときに発生する損失額を与える確率変数を ξ_i とすると、融資ポートフォリオ全体の損失額 L は $L = \sum_{i=1}^m \xi_i Y_i$ で与えられる。よって、 L の期待値は $\mathbf{E}[L] = \sum_{i=1}^m \mathbf{E}[\xi_i Y_i]$ のように、個別融資先の期待損失の計算に帰着できるが、一般に分散や L の確率分布を計算しようとする、異なる融資先 i, j に対する Y_i と Y_j の「相関」や、あるいはコピュラと呼ばれる「多変数の分布関数とその周辺分布関数の関係¹¹」についての情報が必要になってくる。

以下、本節では、静的なモデルと動的なモデルのそれぞれの基本的なものを紹介する。

2.2.1 静的なモデル：正規分布 1 ファクターモデル

まず「正規分布 1 ファクターモデル¹²」について概略を説明する。単純なモデルではあるが、実際にバー

ゼル規制において信用リスク量を計算する公式も、このモデルのアイデアが基になっているので、きちんと理解すべき重要なモデルといえる。

同モデルでは、(将来のある時点までの) 企業 i の信用力を表す代理変数 V_i と企業 i に対するデフォルト閾値などと呼ばれる実数値 θ_i の間に、 $V_i \leq \theta_i$ という関係が成り立つときに「企業 i は (将来のある時点までに) デフォルトする」と解釈する。すなわち、 $Y_i = \mathbf{1}_{\{V_i \leq \theta_i\}}$ (ただし $\mathbf{1}_A$ は事象 A が起こるときに 1、それ以外ときは 0 を与える二値変数とする) と定義している。要するに、企業 i のデフォルト確率は $P(Y_i = 1) = P(V_i \leq \theta_i)$ で与えられる。

そして「正規分布 1 ファクター」という名前の由来でもあるが、信用力の代理変数 V_i は、ともに標準正規分布に従う独立な確率変数である「全債務者に共通な 1 次元ファクター Z 」と「債務者 i ($i = 1, \dots, m$) ごとの固有ファクター ε_i 」($\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m$ もすべて独立であると仮定する)、および債務者間の「相関」を与えるパラメータ $\rho_i \in [0, 1]$ を用いて

$$V_i = \sqrt{\rho_i} Z + \sqrt{1 - \rho_i} \varepsilon_i \quad (1)$$

と表されると仮定する¹³。

正規分布に従う確率変数の和は正規分布に従うという性質から、信用力の代理変数 V_i もまた標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うことに注意する。

ここで $\Phi(\cdot)$ を 1 次元標準正規分布関数とすると、共通ファクター $Z = z$ が所与のもとでの条件付き同時デフォルト確率は、 $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m$ の独立性の仮定から

$$\begin{aligned} P(V_1 \leq \theta_1, \dots, V_m \leq \theta_m | Z = z) \\ = \prod_{i=1}^m \Phi\left(\frac{\theta_i - \sqrt{\rho_i} z}{\sqrt{1 - \rho_i}}\right) \end{aligned}$$

と表される。特に、 ρ_i, θ_i が i によらず一定であり、それぞれ ρ, θ と表されると仮定すると

$$\begin{aligned} P(V_1 \leq \theta, \dots, V_m \leq \theta) \\ = \int_{-\infty}^{\infty} P(V_1 \leq \theta, \dots, V_m \leq \theta | Z = z) \phi(z) dz \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\Phi\left(\frac{\theta - \sqrt{\rho} z}{\sqrt{1 - \rho}}\right) \right)^m \phi(z) dz \end{aligned}$$

と表される。ただし、 $\phi(z)$ は 1 次元標準正規密度関数とする。

¹⁰国際的な活動をする銀行に対して、信用リスクなどの損失に備える目的で一定比率以上の自己資本を保有することを求めている規制の指針。1988年にバーゼル1が公表されて以降も何度かの見直しが行われている。現在はバーゼル3やバーゼル3.5というフェーズで議論されている。

¹¹厳密に言うと、周辺分布が単位区間 $[0, 1]$ 上の一様分布である多変量確率分布関数。

¹²ほかにも「Vasicekモデル」などさまざまな呼び方がある。

¹³文献によっては、 $\sqrt{\rho_i}$ の部分を ρ_i 、 $\sqrt{1 - \rho_i}$ のところを $\sqrt{1 - \rho_i^2}$ と表す文献も多いので注意。

実際には、個別融資先の細かい情報を活用したモデルと組み合わせることが可能であるが、ここでは $t = 1, \dots, T$ という各期間に対して「 t 期初の債務者数が M_t で t 期内のデフォルト件数が D_t 」という総計データだけが取得できていると仮定する。

まず問題となるのは、同モデルのパラメータ ρ および θ の推定である。ここでは両パラメータは全債務者に共通と仮定して、最尤法による推定法を説明する。

まず、共通ファクター Z の値を決めると、各債務者のデフォルト発生は条件付きで独立とみなすことができ、デフォルト発生数は、発生確率が

$$p(z_t; \rho, \theta) := \Phi\left(\frac{\theta - \sqrt{\rho}z_t}{\sqrt{1-\rho}}\right)$$

で与えられる二項分布に従うことが容易にわかる。

したがって、この正規分布 1 ファクターモデルに対しては、まず各期の Z の値 $\{z_t\}_{t=1, \dots, T}$ を所与として二項分布で尤度を表して、最後には Z について無条件化することで対数尤度関数は次のように得られる：

$$\begin{aligned} \ell(\rho, \theta; \{(M_t, D_t)\}_{t=1, \dots, T}) \\ = \sum_{t=1}^T \log \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M_t!}{D_t!(M_t - D_t)!} \right. \\ \left. \times p(z_t; \rho, \theta)^{D_t} (1 - p(z_t; \rho, \theta))^{M_t - D_t} \phi(z_t) dz_t \right\}. \end{aligned}$$

このような数値積分を含む対数尤度関数を最大化するパラメータ ρ および θ を実際に求めるには、何らかの数値的最適化の手法が必要となる。

「正規分布 1 ファクター」のモデルを例に説明したが、ファクターモデルの枠組みでは、業種などのカテゴリを設けてカテゴリ別のファクターも追加することで実質的に 2 ファクターにしたモデルや、正規分布よりも分布の裾が厚い t 分布に従うファクターを取り入れて信用リスクを高めに算出することを狙ったモデル、なども提唱されている（たとえば、北野 [4]、吉規と中川 [5] など）。

いずれにしても、信用ポートフォリオの信用リスク評価は、(1) 信用ポートフォリオのモデルを含むパラメータを、デフォルト履歴をはじめさまざまなデータを用いて最尤法で推定する、(2) 推定したパラメータを入力したモデルに基づいて数値シミュレーションなどを行い、将来のポートフォリオのリスク量を計測する、という大きく分けて 2 段階のステップがある。リスク量としては「バリュー・アット・リスク (VaR)」と呼ばれる、デフォルト損失額の確率分布の高分位点（確率 99% とか 99.9% に相当する金額）を利用することが

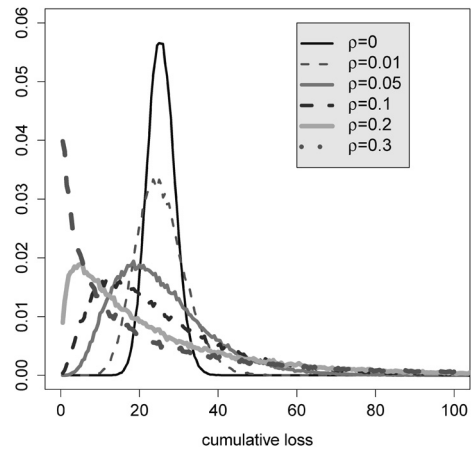


図 2 正規分布 1 ファクターモデルにおけるパラメータ ρ の違いによる全体損失額 L のヒストグラム

ある。ただし、確率分布の裾部分を精度よく推計するためには比較的単純なモデルでも、シミュレーションの試行回数を非常に多くしなければならず、複雑なモデルになると推定すべきパラメータも多くなり、信用リスク量を正確に計測することがより難しくなると言える。

図 2 は、 $m = 1,000, \xi_i \equiv 0.5, \theta = \Phi^{-1}(0.05)$ としたときの正規分布 1 ファクターモデルに基づく全体損失額 L のヒストグラムを、 ρ の値ごとにモンテカルロ・シミュレーション（各 100,000 回試行）によって描いたものである。実は ρ によらずいずれも期待損失額は 25 である。 ρ が大きくなるにつれてヒストグラムの尖った部分が左に移っていくのが見てとれるが、これは ρ が大きくなるにつれて、実際の L の値が平均より小さくなる確率が高くなることを意味している。しかし、一方では分布の右側のゾーンも ρ が大きくなるとともに少しずつ厚くなっている。要するに ρ が大きくなるにつれて、デフォルトが同時には発生しなくなる可能性も高まる一方で、場合によっては同時に多数のデフォルトが一斉に発生する可能性も高まるのである。

このように信用ポートフォリオの信用リスク評価においては、最適化問題の求解技術や数値シミュレーション技術の向上という点で、OR が解決の糸口になる余地が大いにあると考える。

2.2.2 動的なモデル：デフォルト発生強度過程モデル

対象ポートフォリオに対するデフォルト発生時点の履歴データが取得できている場合には、個別の債務者の信用リスク評価はさておき、ポートフォリオ全体で

の程度の信用リスクに直面しているのかを動的に把握するというアプローチの研究が見られる。仮にデフォルト時の推定損失額が均質と仮定できる債務者ポートフォリオを考えると、評価期間内に何件のデフォルトが発生するかが本質的な問題となり、期間内のデフォルト件数の確率分布をどのように表現するかがモデル化するうえでのポイントになるが、図 1 から示唆されるように過去のデータを観察すると、ある時期にデフォルトや格下げが集中して発生（クラスタリング）している状況が見られるので、デフォルトや格下げの発生確率は時期や外部環境によって変化すると考えるのが自然に思われる。

そのためのモデル化に対する素朴なアプローチは、対象ポートフォリオの中の企業について「今後いつデフォルトが発生するか」あるいは「今後いつ格下げがアナウンスされるか」に注目するものである。要するに、デフォルトや格下げをイベントとみなして、イベント発生時点の確率分布などに注目するアプローチである。イベント発生時点を記述するための基本的な確率論のツールが、ポアソン過程と呼ばれる確率過程である。

ポアソン過程は、当初の値がゼロであり、イベントが発生するたびに値が 1 ずつ増える非負整数値の確率過程である。ポアソン過程に伴うイベント発生時点の確率分布は、正值の定数パラメータである「強度」によって決まるという特徴がある。強度パラメータが大きいくほど、イベントが短い時間内に発生する確率が大きくなり、ポアソン過程の値も短い時間内に大きくなる傾向が高くなる。

見方を変えると、ポアソン過程は、当初から特定の時点までのイベントの総発生件数を表す確率過程とみなすことができる。ただし、デフォルトなどの信用リスクに関係するイベント発生時点をモデル化する際には、強度パラメータを定数とする単なるポアソン過程ではなく、マクロ経済変数の関数や適当な確率過程として強度を与える拡張モデルを用いることが多い。

あるイベント発生時刻を表す変数を τ と表し、附随する強度関数を $\lambda(t)$ と表す。ここでは $\lambda(t)$ は、単なる時間の確定的な関数と仮定しておく。このとき、条件付き生存関数 $S(t; s) = P(\tau > t | \tau > s)$ ($s \leq t$) および τ の条件付き密度関数 $f(t; s) = -\frac{dS(t; s)}{dt}$ は

$$S(t; s) = \exp\left(-\int_s^t \lambda(u) du\right), \quad f(t; s) = \lambda(t)S(t; s)$$

と与えられるという性質が重要となる。

実際には強度モデルとしては時間とともに確率的に変動する確率過程としてモデル化することが応用上は有用である。当初は観測可能な経済変数の関数として定式化した「比例ハザード・モデル」と呼ばれるモデルの利用が多く、過去のデフォルトや格下げの発生履歴データと経済変数の時系列データを用いて、強度モデルのパラメータの最尤推定を行い、どの経済変数とデフォルト発生との関係が深いかにについて考察されてきた。

しかし、観測可能な経済変数だけでは実際のデフォルトや格下げ発生のクラスタリングが説明しきれないこともわかってきたため、観測不可能な潜在変数¹⁴の存在を仮定するモデルも提唱されている。また、潜在変数だけでも十分ではないということで、デフォルトや格下げが発生するタイミングで強度をジャンプさせる構造を取り入れることで、イベント発生自体が同種のイベントを再び起こりやすくする「信用リスクの伝播 (contagion) 効果」を定式化したモデルも提唱されている (たとえば, Duffie et al. [6], Azizpour et al. [7], 中川 [8] など)。

さて、過去の $[0, T]$ 期間において観測されたデフォルト発生時点データ $\{T_i\}_{i=1, \dots, n}$ を、モデルから得られるデフォルト発生時点の (未知パラメータを含む) 同時密度関数に代入したものを、パラメータの関数と見なしたものが尤度関数であることに注意する¹⁵。したがって、 θ を推定すべきパラメータの集合とし、観測データとしてインプットされる経済変数などは省略して、強度過程を $\lambda(t; \theta)$ と表すとき、先に示したデフォルト時刻の条件付き密度関数および条件付き生存関数の強度による表現を用いると、形式的には対数尤度関数は次のように表されることがわかる ($T_0 = 0$ とする)。

$$\begin{aligned} \ell(\theta; \{T_i\}_{i=1, \dots, n}) &= \log \left(\left[\prod_{i=1}^n f(T_i; T_{i-1}) \right] \times S(T; T_n) \right) \\ &= \log \left(\prod_{i=1}^n \lambda(T_i; \theta) \times \exp \left(-\int_0^T \lambda(s; \theta) ds \right) \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \log \lambda(T_i; \theta) - \int_0^T \lambda(s; \theta) ds. \end{aligned}$$

なお、上の式展開の 2 行目に現れる $f(T_i; T_{i-1})$ は「 T_{i-1} という $(i-1)$ 番目のデフォルト発生以降の最初のデフォルト発生時点が T_i である」という尤度を表して

¹⁴英語では latent variable や frailty と表現される。

¹⁵厳密には「尤度」は確率測度に対する「微分」の概念である Radon-Nikodym 導関数というものを通じて定義される。

おり、最後に $S(T; T_n)$ が掛けられているのは「 T_n から T の間にはデフォルトが発生しなかった」ことも情報として織り込むためと解釈することができる。

強度過程の与え方によっては積分部分が陽に表現でき、対数尤度関数を最大化するパラメータ θ を求める最適化計算が比較的容易に実行できる場合もある。しかし、潜在変数を含む強度モデルなどはマルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法やフィルタリング手法を用いるといった技術的工夫も必要であり、これもまた OR 的な問題の範疇であるといえよう。

3. おわりに

本稿では「(二群判別を含む) クラス分け」「数値的最適化」「数値的シミュレーション」といった OR でおなじみの問題・手法が、お金の貸し借りという単純だが重要な金融取引において本質的な「信用リスク」の評価にどのように利用されているか・利用されうるのかについて、ごく簡単な例を紹介した。

本稿では詳しく紹介できなかったが、2 節の冒頭でも紹介した、一般企業が発行する債券(社債)や CDS などのクレジット・デリバティブのように金融市場で売買可能な金融商品の適切な価格付けやリスク管理を行うタイプの問題も興味深いところが多い。こうした価格付けの問題は、通常のデリバティブを扱う数理ファイナンスの理論フレームワークで論じられることが多く、確率解析の知識などが不可欠になってくる。しかし、実務への応用という観点からは OR 的な視点や技術が助けになることは少なくない。

最後に一点だけ注意を。実際に信用リスクをより精緻かつ正確に評価するためには、学術研究としての数理モデルや分析手法を単に複雑化・高度化するだけでは十分とはいえない。高度な数理や OR の知識を持たないリスク管理責任者や経営陣に、数理モデルのアウト

プットとしての信用リスク量の意味や妥当性を受け入れてもらうには、コミュニケーションのスキルを駆使して、ビジネス慣習や法律・規制、そして社内事情といった実務面とのバランスを図ることも必要である。数理的・OR 的な観点での最適解を追求するだけではなく、そうした最適解が実務的に「解釈可能か?」「許容可能か?」といった点にも細心の注意を払いながら、よりよい信用リスク評価モデルを探っていくことが求められている。

参考文献

- [1] E. I. Altman, “Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy,” *Journal of Finance*, **23**, pp. 589–609, 1968.
- [2] T. Van Gestel, B. Baesens, G. Joao and P. Van Dijkke, “A support vector machine approach to credit scoring,” *Bank en Financierwezen*, **2**, pp. 73–82, 2003. <http://eprints.soton.ac.uk/37172/> (2016 年 4 月 13 日閲覧)
- [3] 田中克弘, 中川秀敏, “企業格付判別のための SVM 手法の提案および逐次ロジットモデルとの比較による有効性検証,” 日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌, **57**, pp. 92–111, 2014.
- [4] 北野利幸, “デフォルト実績データによるデフォルト依存関係の推定—2 ファクターモデルによるアセット相関の最尤推定—,” 日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌, **50**, pp. 42–67, 2007.
- [5] 吉規寿郎, 中川秀敏, “ t 分布 2 ファクターモデルを用いた中小企業 CLO のデフォルト依存関係の分析,” 『定量的信用リスク評価とその応用 (ジャフィージャーナル: 金融工学と市場計量分析)』, 朝倉書店, pp. 117–165, 2010.
- [6] D. Duffie, A. Eckner, G. Horel and L. Saita, “Frailty correlated default,” *The Journal of Finance*, **64**, pp. 2089–2123, 2009.
- [7] S. Azizpour, K. Giesecke and G. Schwenkler, “Exploring the sources of default clustering,” Working paper (July 17, 2015). SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1127792> (2016 年 4 月 13 日閲覧)
- [8] 中川秀敏, “相互作用型の格付変更強度モデルによる格付変更履歴データの分析,” 日本応用数理学会論文誌, **20**, pp. 183–202, 2010.