一票の平等
—個人還元主義の貫徹—

和田　淳一郎

One-Man One-Vote, One-Vote One-Value の言葉に込められた個人還元主義に基づく定数配分が追求される．一般的な社会的厚生関数に対応する，人口分布から議員数分布までの擬距離 (divergence) である α-divergence の最小化により，Adams 方式（1 + D'Hondt 方式）から Jefferson 方式（D'Hondt 方式）に至る Stolarsky 平均を閾値にする一連の除数方式が導かれ，論争の続く Hill 方式（アメリカ下院方式，閾値幾何平均方式）と Webster 方式（Sainte–Laguë 方式，閾値算術平均方式）の間に落ち，Nash 型社会的厚生関数に対応する，人口割合から議員割合までの擬距離でもある Kullback–Leibler divergence の最小化により導出される閾値対数平均方式の採用が主張される．

キーワード：一票の平等，定数配分，社会的厚生関数，α-divergence，Kullback–Leibler divergence

1. はじめに

国会議員を選出する選挙区を作る場合，州，県などの subnational な地域に定数を配分し，その後必要に応じて選挙区割りをするのが一般的である．その際，評価基準として，最終的に作られた選挙区間の一票の較差[1]のみに注目するのは望ましくない．完全な一票の平等は通常達成できないだけに，1 : 2 未満に落とし込みさえすればよいといったことになり，現職政治家によるバイアスが大きな問題を引き起こす．

2014 年の衆議院総選挙に使われた 2010 年国勢調査に基づく 0 増 5 減の定数配分（別表 1 を参照）および 2015 年の簡易調査に基づき成立した 0 増 6 減案では，比例ブロック間の議員定数配分の逆転現象[2]どころか，憲法違反であるとされた 1 人別枠方式（1 ＋最大剰余方式）ですら引き起こさない，神奈川県と大阪府の逆転現象が放置され続けた[3]．また，和田 [2] が示した，一票の較差の上下限のみにこだわるために一票の重みの重い県のすべての選挙区の一票の重みを限界まで重くし，一票の重みの軽い県のすべての選挙区の一票の重みを限界まで軽くするような事態は悪化しており，これが無駄な公共事業や，解決されないラッシュアワー，足りない保育所問題に象徴されるような，日本経済の足枷に繋がっている．

一票の格差が是正されないのは，まず第一に選挙区間較差を 1 : 2 未満に落とし込めばよいといった考え方が各県への定数配分を蔑ろにするところにあり，本論は定数配分方式の追求を目的とする．

わだ　じゅんいちろう
横浜市立大学
wada@yokohama-cu.ac.jp

2 節から 4 節を使って，従来の定数配分方法導出の理念が，“州（県）” の間の平等にこだわったものであることが示されるが，定数配分においては One-Man One-Vote, One-Vote One-Value の言葉に込められた “個人” 間の平等が追求されなければならない．議員は人の代表であって土地の代表ではない[4]．5 節では (Kolm–)Atkinson 型の社会的厚生関数を使って，6 節では人口の分布と議員数の分布の divergence（擬距離）の概念を活用して，“個人” 間の平等を追求し，論争が続く閾値幾何平均方式（Hill 方式，アメリカ下院方式）と閾値算術平均方式（Webster 方式，Sainte–Laguë 方式）の間に落ちる，閾値対数平均方式がもっとも望ましい定数配分方式であることが主張され，7 節におけるまとめと，現在の状況に対応したシミュレーションを含む別表とともに論が閉じられる．

2. 各 “州” の真の取り分と各 “州” の定数配分の “距離” の最小化

目的関数の整数値最適解という形で定数配分を行う試みとして Birkhoff [3] がある．N を国全体の人口，N_j を州 j の人口とし，総定数 (n) に対して各 “州” の人

[1] 議員 1 人当たり人口の最大値と最小値の比には較差という字があてられる．
[2] この現象は [1] が指摘している．
[3] なお，resident population (citizens and noncitizens) を定数配分の基礎としているアメリカなどにも鑑みて，意見の分かれるところかもしれないが，今回の法案から一票の格差の計算基礎には日本人人口（外国人でない人口）が使われている．ただし，別表 2 で示したように，2015 年国勢調査の確定値の日本人人口（外国人でない人口）を基準にしても，神奈川県と大阪府の逆転の放置には変わりない．
[4] そもそも，土地に帰着する公共事業は地方政府が行うべきことであり，国内を自由に動く人に関わる公共サービスこそが国の役割のはずである．

表 1 各州の真の取り分ベクトルと各方式による各州の配分ベクトルの距離[8]

州	人口	真の取り分	配分方式		
			Hamilton 最大剰余	Hill アメリカ下院	Webster Sainte–Laguë
			配分	配分	配分
A	397062	1.5075	1	2	2
B	7014762	26.6332	27	27	27
C	45265068	171.8593	172	171	171
真の取り分ベクトルと配分ベクトルのユークリッド距離			**<u>0.6418</u>**	**1.0562**	**1.0562**

表 2 各選挙区の真の取り分ベクトルと各選挙区の配分ベクトル（すべて 1）の距離[9]

	州	配分方式		
		Hamilton 最大剰余	Hill アメリカ下院	Webster Sainte–Laguë
州の選挙区数	A	1	2	2
	B	27	27	27
	C	172	171	171
均等分割による各選挙区人口	A	397062	198531	198531
	B	259806	259806	259806
	C	263169	264708	264708
各選挙区の真の取り分	A	1.5075	0.7538	0.7538
	B	0.9864	0.9864	0.9864
	C	0.9992	1.0050	1.0050
選挙区の真の取り分ベクトルと選挙区の配分ベクトルのユークリッド距離		**<u>0.5125</u>**	**0.3613**	**0.3613**

口割合 $\left(\frac{N_j}{N}\right)$ で定められる真の取り分[5] $\left(\frac{N_j}{N}n\right)$ と実際の各 "州" への定数配分 (n_j) の距離（通常のユークリッド距離やマンハッタン距離などを含む L_p-norm）の最小化が，最大剰余 (largest remainder) 方式（Hamilton 方式，Hare 方式）をもたらすことを示している[6].

取り分方式には，各 "州" の真の取り分 $\left(\frac{N_j}{N}n\right)$ の整数部分を与えたうえで，単純に小数部分の大きい "州" から順に残った定数を与えていくという最大剰余方式以外にも，ラウンズ方式などの工夫を重ねたものもあるが，Balinski and Young [4] によって示された人口パラドクス，アラバマパラドクス，新州パラドクスなどの運営上問題になるパラドクス[7]を引き起こす．さらに，最大剰余方式による配分は，定数配分後の区割り段階に至ると，例えアメリカ下院のように完全均等区割を行ったとしても，ほかの定数配分法による配分のほうが小選挙区段階の真の取り分と実際の配分（各選挙区すべて 1）の距離を縮めるなど，一貫性 (consistency) にも欠ける [6].

批判のために最大剰余方式の支持者である Saari [7] の数値例をそのまま使った Wada [6] の数値を整数値化して，距離最小の一貫性を維持できない例を紹介しておこう．

表 1 のような人口のもとで各州に総定数 200 を配分すると，確かに他方式より最大剰余方式はその配分ベクトル (n_j) を真の取り分ベクトル $\left(\frac{N_j}{N}n\right)$ から距離的に近いものにするが，表 2 が示すように，均等区割りをした後の各選挙区への配分ベクトル（すべて 1）を

5 quota，基数とも訳される．

6 当然のことながら，各 "州" の人口の割合 $\left(\frac{N_j}{N}\right)$ と各 "州" の議員数の割合 $\left(\frac{n_j}{n}\right)$ の距離を最小化するとしても最大剰余方式が導かれる．

7 人口パラドクスとは人口増加率の大きい州が人口増加率の小さい州に定数を譲ることになるような現象を指すが，和田 [5] は，日本のデータを使い，人口増加県の定数配分が減り，人口減少県の定数配分が増えるような現象すら観察しえたことを紹介している．アラバマパラドクスとは総定数を増やすと定数配分が減る州が出るような現象を指すが，和田 [5] は定数削減が進む日本のデータを使い，総定数を減らすと定数配分が増える県が観察しえたことを紹介している．新州パラドクスとは新しい州が人口に相当する定数配分をもって連邦に加わったとき，他州の配分数が変わってしまう問題で，アラバマパラドクス同様，アメリカで問題になったことがある．

8 $\sqrt{\left(n_A - \frac{N_A}{N}n\right)^2 + \left(n_B - \frac{N_B}{N}n\right)^2 + \left(n_C - \frac{N_C}{N}n\right)^2}$

9 $\sqrt{n_A\left(1 - \frac{N_A/n_A}{N}n\right)^2 + n_B\left(1 - \frac{N_B/n_B}{N}n\right)^2 + n_C\left(1 - \frac{N_C/n_C}{N}n\right)^2}$

真の取り分ベクトル $\left(\frac{N_j/n_j}{N}n\right)$ から最も近いものとしなかったりするのである．

3. 二“州”間の網羅的比較と Huntington の五つの方法

基準となる人口を適当に定め，各州（県）の人口を除した商を，さまざまな方式ごとに定められたルールに基づき整数へ丸める．この各州に与えられた整数値を各州への定数配分とし，その合計が与えられた総定数に等しくなるならば，公平な配分方法とみなしうる．基準となる人口は合計が与えられた総定数に等しくなるように調整できるので常に解は存在する．

商の丸め方としては，歳末福引抽選補助券のごとく端数を切り捨てる Jefferson 方式（D'Hondt 方式），足りない補助券分をおまけしてしまうがごとく切り上げる Adams 方式（1 + D'Hondt 方式），四捨五入を行う Webster 方式（Sainte-Laguë 方式，奇数方式）などが知られており，これらは，基準となる人口で割ることにちなんで，除数 (divisor) 方式と呼ばれる[10]．

Huntington [8] は，与えられた各州の人口 (N_j) のもと，各州の最適な定数配分 (n_j^*) の条件を求めるにあたって，a を定数配分が有利な州，b を定数配分が不利な州として，最適な定数配分に変更を加えると，変更を加えた二“州”間の「人口 1 人当たりの議員数 $\left(\frac{n_j}{N_j}\right)$」の差が悪化すること

$$\frac{n_a^*}{N_a} - \frac{n_b^*}{N_b} < \frac{n_b^* + 1}{N_b} - \frac{n_a^* - 1}{N_a}$$

「議員 1 人当たりの人口 $\left(\frac{N_j}{n_j}\right)$」の差が悪化すること

$$\frac{N_b}{n_b^*} - \frac{N_a}{n_a^*} < \frac{N_a}{(n_a^* - 1)} - \frac{N_b}{(n_b^* + 1)}$$

あるいは比が悪化すること

$$\frac{\frac{N_b}{n_b^*}}{\frac{N_a}{n_a^*}} < \frac{\frac{N_a}{n_a^*-1}}{\frac{N_b}{n_b^*+1}} \quad \left(\frac{n_a^* N_b}{n_b^* N_a} - 1 < \frac{(n_b^* + 1)\,N_a}{(n_a^* - 1)\,N_b} - 1\right)$$

$$\frac{\frac{n_a^*}{N_a}}{\frac{n_b^*}{N_b}} < \frac{\frac{n_b^*+1}{N_b}}{\frac{n_a^*-1}{N_a}} \quad \left(1 - \frac{n_b^* N_a}{n_a^* N_b} < 1 - \frac{(n_a^* - 1)\,N_b}{(n_b^* + 1)\,N_a}\right)$$

などに着目し，考えうるすべての形式[11]に組み替えられたそれらの整数値最適化（最小化）条件が，上記の 3 方式を含む五つの除数方式，すなわち Adams 方式（切り上げ方式，閾値下限方式），Dean 方式（閾値調和平均[12]方式），Hill 方式（閾値幾何平均[13]方式），Webster 方式（四捨五入方式，閾値算術平均方式），Jefferson 方式（切り捨て方式，閾値上限方式）の五つに集約されることを示し，二“州”間の網羅的比較に基づくこの五つの方式の中で中位に位置する Hill 方式を推奨し，現在までアメリカ下院で使われることになっている．

4. 人口パラドクスと大“州”・小“州”間の公平に基づく Balinski–Young の推奨

その後，Balinski and Young [4] は，人口増加率が大きい州が小さい州に定数を譲るような，いわゆる人口パラドクスを起こさない定数配分方法は除数方式のみであることを示した[14]．Balinski and Young [4] は，Huntington の五つの方式に加え，除数方式には修正 Sainte–Laguë 方式，デンマーク方式など，さまざまな閾値が考えられることを示したうえで，比例代表制には，個々の政党に真の取り分の整数部分を保証しながらも，政党の分裂が有利になることがない Jefferson 方式（D'Hondt 方式）が相応しく，また定数配分に関しては人口の多い“州”や人口の少ない“州”を一方的に有利にしない Webster 方式を最適なものとした．

5. (Kolm–)Atkinson 型社会的厚生関数に基礎づけられた定数配分

2 節で示したように Birkhoff [3] は各“州”の真の取り分ベクトルと各“州”への配分ベクトルの“距離”を最

---

[10] 日本においては，「各党の得票数を一，二，三と順に整数で割っていき，答え（商）の大きな順に議席を割り当てる」といった形で D'Hondt 方式（Jefferson 方式）が紹介され，その流れで Sainte–Laguë 方式（Webster 方式）も「割る数を一，三，五といった奇数に」といった形で紹介されることが多い（朝日新聞 1996 年 10 月 2 日など）が，これは簡便な形で答を出すのに役立ったとしても，それぞれの配分方法の意味するところを捉えることを難しくし，Adams 方式をその簡便な計算方法から 1+D'Hondt 方式と捉え「アダムズ方式は後から 1 議席を加えるというだけの違いといえ，11 年の最高裁判決の趣旨に照らして疑問がある」（朝日新聞 2015 年 2 月 27 日）などと評することになる．詳しくは文献 [5] を参照．

[11] それぞれの変数の入りうる位置，$\frac{\quad}{N_a} - \frac{N_a}{\quad}$，$\frac{N_b}{\quad} - \frac{\quad}{N_b}$，$\frac{n_a}{\quad} - \frac{\quad}{n_a}$，$\frac{\quad}{n_b} - \frac{n_b}{\quad}$ に着目すると，$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ 通りの形式が考えられるが，うち 4 通りは矛盾が生じ，残り 12 通りが本文中の五つの方式に集約されることになる．詳細は文献 [8] を参照．

[12] $\dfrac{2}{\frac{1}{(n_j - 1)} + \frac{1}{n_j}}$

[13] $\{(n_j - 1)n_j\}^{1/2}$

[14] 除数方式は，取り分方式と違い，アラバマパラドクスや新州パラドクスも引き起こさないが，これら政治が動かなければ起こらないパラドクスと違い，自然に起きてしまう人口変動に関わる人口パラドクスを起こさないのが除数方式だけであることは重要である．ちなみに，和田 [5] が示したように，日本においては人口が増加した県が減少した県に定数を譲るような例さえ観測しうる状況にある．

小化するのは取り分方式である最大剰余方式（Hamilton 方式）であることを示した．3 節で示したように Huntington [8] は二つの“州”の「人口 1 人当たりの議員数」や「議員 1 人当たりの人口」といった「平均値」の絶対（相対）差に着目し，それらの多様な形態の最適条件から五つの除数方式を導出し，Hill 方式がアメリカ下院方式となるきっかけとなった．また 4 節で示したように Balinski and Young [4] は，人口パラドクスを起こさない定数配分方法は除数方式のみであることを示すと同時に，Webster 方式による配分のみが人口の多い“州”あるいは人口の少ない“州”を有利にするバイアスがないと主張した．

これらの定数配分に関する主要な研究はすべて“州”の間の公平性にこだわったものであると言ってよいが，定数配分においては“One-Man One-Vote, One-Vote One-Value（一票の平等，投票価値の平等）”の言葉に込められた“個人”間の平等が追求されなければならない．

定数配分法の決定は，加除がなされる個々の選挙区から選ばれた政治家によってなされる日々の政治を離れ，無知（不確実性）のヴェールの背後，立憲段階の発想をもって定められるべきものである．人が現在の身分や性質から離れ，どの立場になるかが等確率 $\left(\frac{1}{N}\right)$ であったとすると，立憲段階の議論は，代表的な国民の期待効用を最大化することが望ましい．効用和として社会厚生を捉える個人還元主義的な社会的厚生関数のもとで考察を行うことが適当となる．

Wada [9] は，1 人当たりの議員数（割合）を資産（所得）と同様にみなし，経済学者が最もよく使う相対的危険回避度 (ε) 一定の効用関数 $\frac{1}{(1-\varepsilon)}\left(\left(\frac{\frac{n_j}{n}}{\frac{N_j}{N}}\right)^{(1-\varepsilon)}-1\right)$ の期待値として表現される (Kolm–)Atkinson 型社会的厚生関数

$$KASWF^{\varepsilon}=\sum_j \frac{N_j}{N}\frac{1}{(1-\varepsilon)}\left(\left(\frac{\frac{n_j}{n}}{\frac{N_j}{N}}\right)^{(1-\varepsilon)}-1\right)$$

の最大化に対応する[15] Generalized Entropy

$$E^{\alpha}=\frac{1}{\alpha(\alpha-1)}\sum_j \frac{1}{N}N_j\left(\left(\frac{\frac{n_j}{N_j}}{\frac{n}{N}}\right)^{\alpha}-1\right)$$

の最小化から，$\alpha\to-\infty$ の閾値下限方式（Adams 方式，Rawls 型社会的厚生関数[16] に対応），$\alpha=-1$ の閾値幾何平均方式（Hill（アメリカ下院）方式），$\alpha\to 0$ の閾値対数平均[17] 方式（Nash 型社会的厚生関数[18] に対応），$\alpha\to 1$ の閾値 Identric 平均[19] 方式（Bentham 型社会的厚生関数[20] に対応），$\alpha=2$ の閾値算術平均方式（Webster (Sainte–Laguë) 方式），$\alpha\to\infty$ の閾値上限方式（Jefferson (D'Hondt) 方式）を含む，α でパラメタライズされた Stolarsky 平均[21] を閾値にする一連の配分法を導出し，望ましい性質が公理として示され [10]，かつ Weber–Fechner の法則に呼応する効用関数[22] から構成されている Nash 型社会的厚生関数に対応する閾値対数平均方式を推奨した（表 3）[23]．

6. α-divergence に基づく定数配分

Wada [9] が採用した (Kolm–)Atkinson 型社会的厚生関数は，経済学者が一番よく使う社会的厚生関数とはいえ，相対的危険回避度一定という効用関数の形状の特定化に依存している．また，このやり方では，Dean 方式や，修正 Sainte–Laguë 方式，インペリアル方式，デンマーク方式などの，現実世界で提案されたり使われたりしているいくつかの除数方式が α でパラメタライズされた評価軸の上に導出されてこないという問題点もある．

Wada [6] は，より広い枠組みでの検討を行うために，分布間の近さを測る divergence（擬距離）を採用している．Birkhoff [3] が示したように，各“州”の真の取り分 $\left(\frac{N_j}{N}n\right)$ と各“州”への定数配分 (n_j) の“距離”の最小化[24] は最大剰余方式を導き，人口パラドクスやアラバマパラドクスを起こしてしまうが，分布間の近さを測るのに使われる divergence（擬距離）の最

[15] $\alpha\equiv 1-\varepsilon$

[16] $\varepsilon\to\infty$

[17] $\frac{n_j-(n_j-1)}{\ln n_j-\ln(n_j-1)}$

[18] $\varepsilon\to 1$

[19] $(n_j)^{n_j}\big/e(n_j-1)^{(n_j-1)}$

[20] $\varepsilon\to 0$

[21] $\left(\frac{n_j^a-(n_j-1)^a}{a}\right)^{\frac{1}{a-1}}$

[22] 危険回避度 $\varepsilon\to 1$

[23] Webster 方式による配分は人口の多い“州”あるいは人口の少ない“州”を有利にするバイアスがない [4] が，Wada [6] が 2001 年のカナダの人口データを使って例示するように，必ずしもすべての州に定数配分を保証することができない．閾値対数平均による配分は閾値 Stolarsky 平均で示される一連の除数方式の中で，正の定数配分をすべての州に保証しながらも最もバイアスが少ない（Webster 方式に近い）配分法であるともいえる．

[24] 各“州”の人口の割合 $\left(\frac{N_j}{N}\right)$ と各“州”の議員定数の割合 $\left(\frac{n_j}{n}\right)$ としてももちろん同じことである．

表 3　社会的厚生関数，Generalized Entropy，および α-divergence に基づく定数配分法とその閾値

伝統的な名称	Adams 1+D'Hondt	Hill 米下院			Webster Sainte–Laguë	Jefferson D'Hondt
（危険回避度）ε	∞	2	**1**	0	—	—
(Kolm–)Atkinson 型	Rawls 型		**Nash 型**	Bentham 型	—	—
社会的厚生関数					—	—
α	$-\infty$	-1	**0**	1	2	∞
Generalized Entropy		$1/2\mathrm{cv}^2$	**平均対数偏差**	Theil Index	$1/2\mathrm{CV}^2$	
α	$-\infty$	-1	**0**	1	2	∞
α-divergence			**KL-divergence**			
閾値（Stolarsky 平均） 商の端数処理	下限 切り上げ	幾何平均	**対数平均**	identric 平均	算術平均 四捨五入	上限 切り捨て
1	0	0	**0**	0.3679	0.5	1
2	1	1.4142	**1.4427**	1.4715	1.5	2
3	2	2.4495	**2.4663**	2.4832	2.5	3
4	3	3.4641	**3.4761**	3.4880	3.5	4
5	4	4.4721	**4.4814**	4.4907	4.5	5

小化に可能性を求める．人口の分布に議員数の分布を近づけようというアイデアである．

距離は，非負性[25]，同一性[26]，対称性[27]，三角不等式[28]の四つの公理によって定義づけられるが，divergence（擬距離）はこのうち，対称性と三角不等式の二つの公理をもたない[29]．しかし，本論で扱う定数配分問題に関しては，人口分布，真の取り分が常に基準であり，そこからの近さのみが比べられるわけで，対称性や三角不等式は必要とされる余地がなく，問題がない．

距離においても，よく使われるユークリッド距離，マンハッタン距離以外のさまざまな距離が定義されうるが，分布間の近さを測る divergence も同等である．

Wada [6] は，まず立憲段階における無知（不確実性）のヴェールを体現する条件として使用する divergence が f-divergence であることを要求する．ベクトル $\mathbf{u}$ からベクトル $\mathbf{v}$ への f-divergence は，非負の実数空間を定義域とし，実数空間を値域とする凸関数 $f(t)$ を使って

$$D^f(\mathbf{u}||\mathbf{v}) = \sum_j u_j f\left(\frac{v_j}{u_j}\right)$$

と表現される[30]が，$u_j = \frac{N_j}{N}n$，$v_j = n_j$ として真の取り分から定数配分への divergence，あるいは $u_j = \frac{N_j}{N}$，$v_j = \frac{n_j}{n}$ として人口割合から定数割合への divergence の最小化を図るとすると，$\frac{\frac{n_j}{n}}{\frac{N_j}{N}} = \frac{n_j}{\frac{N_j}{N}n} = \frac{N}{n}\frac{n_j}{N_j}$ なのでこの二つの問題は同等であり，$U(t) = -f(t)$ とすれば，$U(t)$ は凹関数となり，divergence の最小化は効用和で表現される個人還元主義的な社会的厚生関数

$$SWF = \sum_j \frac{N_j}{N} U\left(\frac{\frac{n_j}{n}}{\frac{N_j}{N}}\right)$$

の最大化とみなすことができるようになる．

次に Wada [6] は，恣意的な配分を避けるために，機械学習において最もよく使われる Bregman divergence

$$D^{Bregman}(\mathbf{u}||\mathbf{v}) = \phi(\mathbf{v}) - \phi(\mathbf{u}) - \langle \mathbf{v} - \mathbf{u}, \nabla\phi(\mathbf{u})\rangle$$

であることも要求する．ϕ は狭義の凸関数で連続微分可能な関数であればよいのだが，ϕ を $||\mathbf{u}||^2$ と特定化する Bregman divergence はユークリッド距離の 2 乗になる．この事実はこの概念の自然さを示すと思うが，Bregman divergence を 1 次元の図として表現した図 1 は，Bregman divergence であることを要求することが，恣意的な配分を避けるために必要な条件に過ぎないことを理解しやすくする．

真の取り分に定数配分をできるだけ近づける基準として，f-divergence でありなおかつ Bregman divergence である divergence を要求すると，α-divergence [11] の最小化を要求することになり，数式的に Generalized Entropy の最小化と同等である．すなわち，表 3 に示したパラメタライズされた一連の定数配分法が導出されることになる．

さらに人口割合に定数割合をできるだけ近づける基

[25] $d(\mathbf{u}||\mathbf{v}) \geq 0$
[26] $\mathbf{u} = \mathbf{v}$ のとき，そしてそのときにのみ $d(\mathbf{u}||\mathbf{v}) = 0$
[27] $d(\mathbf{u}||\mathbf{v}) = d(\mathbf{v}||\mathbf{u})$
[28] $d(\mathbf{u}||\mathbf{w}) \leq d(\mathbf{u}||\mathbf{v}) + d(\mathbf{v}||\mathbf{w})$
[29] 代わりに正定値性が要求されるが，これは最適性の保証のために自然な仮定である．
[30] これ以外に，$f(1) = 0$，$0f\left(\frac{0}{0}\right) = 0$，$f(0) = \lim_{t\to 0} f(t)$，$0f\left(\frac{a}{0}\right) = \lim_{t\to 0} tf\left(\frac{a}{t}\right)$ が仮定される．

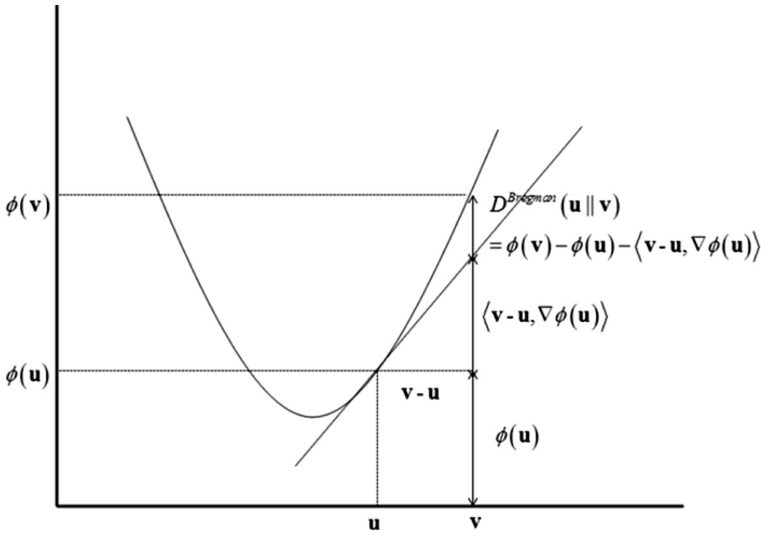

図 1　一次元における Bregman divergence

準として，f-divergence でありなおかつ Bregman divergence である divergence を要求すると，人口割合，定数割合はどちらも 0 と 1 の間に縛られ，合計が 1 となる値なので，α-divergence のうち，$\alpha \to 0$ のケースに相当する Kullback–Leibler divergence かその双対の最小化を要求することになる [11]．$\alpha \to 0$ の最小化は，5 節で紹介したように，Wada [9] でも推奨された Nash 型社会的厚生関数の最大化が対応し，閾値対数平均の除数方式が整数最適解として導出される[31]．

7.　まとめ

本稿では，“One-Man One-Vote, One-Vote One-Value（一票の平等，投票価値の平等）”の言葉に込められた“個人”間の平等を追求するために，2 節で紹介した Birkhoff [3] の各“州”の真の取り分と各“州”の定数配分の“距離”の最小化，3 節で紹介した Huntington [8] の二“州”間の網羅的比較法，4 節で紹介した大“州”・小“州”間の公平に基づく Balinski and Young [4] の最終的な選択といった“州”の間の平等に基づく手法を排し，5 節では Wada [9] に従い，立憲段階に相応しい，無知（不確実性）のヴェールの背後で行われる定数配分を基礎づけるものとして，(Kolm–)Atkinson 型社会的厚生関数を採用し，Nash 型社会的厚生関数の最適化に対応する閾値対数平均による除数方式の採用を主張した．また 6 節では Wada [6] に従い，人口パラドクスやアラバマパラドクスを導いてしまう“距離”ではなく，より一般的な形の個人還元主義的な社会的厚生関数と普遍性を内包する divergence（擬距離）を採用しながらも，(Kolm–)Atkinson 型社会的厚生関数に支えられる Generalized Entropy のケースと完全に同等の結果を導いた．このことは，Dean 方式や，修正 Sainte–Laguë 方式，インペリアル方式，デンマーク方式などの現実に使われている配分方式が，普遍的な個人還元主義に基づくものではないことを示唆する．すなわち，Adams 方式から Jefferson 方式に至る Generalized Entropy (α-divergence) の最小化の一次元の列の中に入らない議員定数配分方法は，個々の人々に還元できない何らかの恣意性をもった定数配分方法であり，One-Man One-Vote, One-Vote One-Value の民主主義の根底をなす価値理念を支えうるものではないということになる．

さらにここで, 真の取り分から配分までの divergence のみならず，人口の割合から定数の割合までの divergence の最小化も要求すると，事実上 Nash 型社会的厚生関数の最適化に対応する閾値対数平均による除数方式を採用しなくてはならないことが主張され，(Kolm–)

[31] ちなみに，最小化する目的関数とされる選挙区間の不平等を表す α-divergence（左辺）は，下記のように定数配分の不平等（右辺第 1 項）と重みづけられた区割りの不平等（右辺第 2 項）への分離可能性をもつので，Stolarsky 平均を閾値にする除数方式（α-divergence の最小化）は均等区割りの場合において最大剰余方式（距離 (L_p-norm) の最小化）が引き起こすような選挙区間の不平等と定数配分の不平等の評価の非一貫性は引き起こし得ない．

$$\frac{1}{\alpha(\alpha-1)}\sum_j\sum_i\frac{1}{N}N_{ji}\left(\left(\frac{\frac{n_{ji}}{N_{ji}}}{\frac{n}{N}}\right)^{\alpha}-1\right)$$
$$=\frac{1}{\alpha(\alpha-1)}\sum_j\frac{1}{N}N_j\left(\left(\frac{\frac{n_j}{N_j}}{\frac{n}{N}}\right)^{\alpha}-1\right)$$
$$+\sum_j\left(\frac{n_j}{n}\right)^{\alpha}\left(\frac{N_j}{N}\right)^{1-\alpha}\frac{1}{\alpha(\alpha-1)}\sum_i\frac{1}{N_j}N_{ji}\left(\left(\frac{\frac{n_{ji}}{N_{ji}}}{\frac{n_j}{N_j}}\right)^{\alpha}-1\right)$$

Atkinson 型社会的厚生関数から派生する配分方法の中から選ぶ形であった 5 節での主張である閾値対数平均による除数方式採用の論拠が一段と強いものになったのである.

別表 1, 別表 2 に, 現状, 成立案とともにシミュレーションの結果を示し, 本論を閉じたい.

謝辞 本稿は Wada [6, 9] をもとに, 公共政策学会での企画セッションおよび公共選択学会研究会における報告のために執筆された論考に加筆を加えた. 科研費 (C25380161, B26285032, 17K03550) とともに, 下記の先生方より御助言をいただいたので, ここに記し, 深く感謝したい. (敬称略) Tatsuo Oyama, Kazuyuki Fujii, Tatsuo Suzuki, Steven Brams, Koichi Suga, Donald Saari, Bernard Grofman, Rein Taagepera, Shun'ichi Amari, Sadafumi Kawato, Takamori Ukai, and Toshio Nemoto.

参考文献

[1] 和田淳一郎, "一票の平等について,"『公共選択の研究』, **26**, pp. 58–67, 1995.

[2] 和田淳一郎, "ナッシュ積 (ナッシュ社会的厚生関数) に基づいた一票の不平等の研究,"『選挙研究』, **26**, pp.131–138, 2010.

[3] G. Birkhoff, "House monotone apportionment schemes," In *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **73**, pp. 684–686, 1976.

[4] M. L. Balinski and H. P. Young, *Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote*, Yale University Press, 1982. (越山康監訳, 一森哲男訳,『公正な代表制』, 千倉書房, 1987.)

[5] 和田淳一郎, "議席配分の方法としてのサン＝ラグ方式,"『公共選択の研究』, **18**, pp. 92–102, 1991.

[6] J. Wada, "Apportionment behind the veil of uncertainty," *Japanese Economic Review*, **67**, pp. 348–360, 2016.

[7] D. Saari, *Geometry of Voting*, Springer-Verlag, 1994.

[8] E. V. Huntington, "The apportionment of representatives in congress," *Transactions of the American Mathematical Society*, **30**, pp. 85–110, 1928.

[9] J. Wada, "A divisor apportionment method based on the Kolm–Atkinson social welfare function and generalized entropy," *Mathematical Social Sciences*, **63**, pp. 243–247, 2012.

[10] M. Kaneko and K. Nakamura, "The Nash social welfare function," *Econometrica*, **47**, pp. 423–435, 1979.

[11] S. Amari, "α-divergence is unique, belonging to both f-divergence and Bregman divergence classes," *IEEE Transactions on Information Theory*, **55**, pp. 4925–4931, 2009.

別表 1 2010 年国勢調査確定値人口による定数 295（5 減）の配分試算

2010 国勢調査	人口	取り分	最大剰余	Rawls型 1+D'Hondt		アメリカ下院	Nash型	Bentham型	Sainte–Laguë	D'Hondt	現状 2014 総選挙	1 人別枠方式 1＋最大剰余
			Hamilton	Adams	*Dean*	Hill			Webster	Jefferson	*0 増 5 減*	
合計	128057352	295.000	295	295	295	295	295	295	295	295	295	295
東京都	13159388	30.315	30	28	30	30	30	30	30	32	25	26
神奈川県	9048331	20.844	21	20	21	21	21	21	21	22	**18**	18
大阪府	8865245	20.422	20	19	20	20	20	20	20	22	**19**	18
愛知県	7410719	17.072	17	16	17	17	17	17	17	18	15	15
埼玉県	7194556	16.574	17	16	16	16	16	16	17	18	15	15
千葉県	6216289	14.320	14	14	14	14	14	14	14	15	13	13
兵庫県	5588133	12.873	13	12	13	13	13	13	13	13	12	12
北海道	5506419	12.685	13	12	12	13	13	13	13	13	12	12
福岡県	5071968	11.684	12	11	12	12	12	12	12	12	11	11
静岡県	3765007	8.673	9	9	9	9	9	9	9	9	8	8
茨城県	2969770	6.841	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
広島県	2860750	6.590	7	7	7	7	7	7	7	7	7	6
京都府	2636092	6.073	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
新潟県	2374450	5.470	5	6	5	5	5	5	5	5	6	6
宮城県	2348165	5.409	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6
長野県	2152449	4.959	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
岐阜県	2080773	4.793	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
福島県	2029064	4.674	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
群馬県	2008068	4.626	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
栃木県	2007683	4.625	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
岡山県	1945276	4.481	4	5	4	4	4	4	4	4	5	5
三重県	1854724	4.273	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5
熊本県	1817426	4.187	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4
鹿児島県	1706242	3.931	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4
山口県	1451338	3.343	3	4	3	3	3	3	3	3	4	4
愛媛県	1431493	3.298	3	4	3	3	3	3	3	3	4	4
長崎県	1426779	3.287	3	4	3	3	3	3	3	3	4	4
滋賀県	1410777	3.250	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4
奈良県	1400728	3.227	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4
沖縄県	1392818	3.209	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4
青森県	1373339	3.164	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4
岩手県	1330147	3.064	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4
大分県	1196529	2.756	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3
石川県	1169788	2.695	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3
山形県	1168924	2.693	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3
宮崎県	1135233	2.615	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3
富山県	1093247	2.518	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3
秋田県	1085997	2.502	2	3	3	3	3	3	2	2	3	3
和歌山県	1002198	2.309	2	3	2	2	2	2	2	2	3	3
香川県	995842	2.294	2	3	2	2	2	2	2	2	3	3
山梨県	863075	1.988	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3
佐賀県	849788	1.958	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3
福井県	806314	1.857	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3
徳島県	785491	1.810	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2
高知県	764456	1.761	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2
島根県	717397	1.653	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2
鳥取県	588667	1.356	1	2	2	1	1	1	1	1	2	2

別表 2　2015 年国勢調査“日本人”人口による定数 289（6 減）の配分試算

2015 国勢調査	“日本人” 人口	取り分		Rawls型			Nash型	Bentham型			成立案	1 人別枠方式
			最大剰余	1+D’Hondt		アメリカ下院			Sainte–Laguë	D’Hondt	(2016)	1＋最大剰余
			Hamilton	Adams	*Dean*	Hill			Webster	Jefferson	*0 増 6 減*	
合計	125342377	289.000	289	289	289	289	289	289	289	289	289	289
東京都	13136707	30.289	30	28	30	30	30	30	30	32	25	26
神奈川県	8981714	20.709	21	20	21	21	21	21	21	22	**18**	18
大阪府	8688579	20.033	20	19	20	20	20	20	20	21	**19**	18
愛知県	7316978	16.871	17	16	17	17	17	17	17	18	15	15
埼玉県	7161331	16.512	17	16	16	17	17	17	17	17	15	15
千葉県	6132488	14.140	14	13	14	14	14	14	14	15	13	13
兵庫県	5457282	12.583	13	12	13	13	13	13	13	13	12	12
北海道	5360057	12.359	12	12	12	12	12	12	12	13	12	11
福岡県	5054459	11.654	12	11	12	12	12	12	12	12	11	11
静岡県	3640709	8.394	8	8	8	8	8	8	8	9	8	8
茨城県	2875666	6.630	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
広島県	2809136	6.477	6	6	6	6	6	6	6	7	7	6
京都府	2566404	5.917	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
宮城県	2319910	5.349	5	5	5	5	5	5	5	5	6	5
新潟県	2292697	5.286	5	5	5	5	5	5	5	5	6	5
長野県	2072164	4.778	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
岐阜県	1996521	4.603	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
栃木県	1947761	4.491	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5
群馬県	1935989	4.464	4	5	4	4	4	4	4	4	5	5
福島県	1905314	4.393	4	5	4	4	4	4	4	4	5	5
岡山県	1904216	4.391	4	5	4	4	4	4	4	4	5	5
三重県	1784532	4.115	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
熊本県	1777812	4.099	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
鹿児島県	1642330	3.787	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
沖縄県	1422546	3.280	3	4	3	3	3	3	3	3	4	4
山口県	1393217	3.212	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4
滋賀県	1393030	3.212	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4
愛媛県	1377166	3.175	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4
長崎県	1369518	3.158	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4
奈良県	1355590	3.126	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
青森県	1304818	3.008	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
岩手県	1274577	2.939	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
大分県	1157682	2.669	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3
石川県	1144700	2.639	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3
山形県	1118388	2.579	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3
宮崎県	1100376	2.537	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3
富山県	1055560	2.434	2	3	3	2	2	2	2	2	3	3
秋田県	1020205	2.352	2	3	2	2	2	2	2	2	3	3
香川県	969335	2.235	2	3	2	2	2	2	2	2	3	3
和歌山県	958912	2.211	2	3	2	2	2	2	2	2	3	3
佐賀県	828954	1.911	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3
山梨県	823815	1.899	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3
福井県	777292	1.792	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2
徳島県	751862	1.734	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2
高知県	725040	1.672	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2
島根県	688981	1.589	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2
鳥取県	570057	1.314	1	2	1	1	1	1	1	1	2	2

