一対比較の投票に基づいた最適な施設立地場所

鵜飼　孝盛

ある地域に何らかの施設を設ける際の立地場所を，住民の投票行動を想定して評価することを考える．二次元平面上の任意の地点（候補）と，それ以外のあらゆる地点との間での仮想的な一対一の比較を想定する．地域の住民は各々から最寄りとなる候補を選好するものとし，一対一の比較においてその過半数が選好する候補が優勢であるものとする．このとき，ある地点がほかの地点に対してどれだけ優勢であるか（劣勢でないか）という量を，その地点の潜在的な評価値と見る．住民の分布を所与としたとき，任意の地点が劣勢となるような対立候補の存在する領域を幾何学的に求め，その面積を解析的に導出する．さらに，この意味での評価値を最良にするような立地場所を求めた．その結果は，各住民にその住民がキャスティング・ボートを握る範囲を重みとした，重み付きの重心となることが明らかとなった．

キーワード：施設配置，コンドルセ投票，メディアン立地

1. はじめに

本稿では，通常の施設配置問題と少し違った規準で，立地の評価を行うという試みを紹介する．

都市や地域内に何らかの施設を設けようとするとき，どこに設けるか，その立地場所が問題となることがしばしば生じる．多くの場合，その施設を利用する人々を想定し，対象となる人々にとって利便性のよい場所に設けることとなるだろう．施設が公共に属するものの場合，その地域に住む住民からの距離の総和が最小となるような位置というのが一つの指標となりうる（たとえば [1] など）．このような立地場所を求める問題は，いわゆるウェーバー問題やミニサム問題と呼ばれるもので，住民が負担する移動費用の総和を最も小さくするという観点から，この問題の解，すなわちウェーバー点をもって最適であるとする考え方はひとまず納得のできるものである．しかし，ウェーバー問題は，原材料の供給地と製品を生産する工場，そして製品を販売する市場の間を輸送する輸送費用を最小化するというところに端を発しており，効率性のみを追求する考え方は公共施設にはそぐわないという考え方も存在する．効率性のみを追求するのではなく，遠方の住民に対しても配慮する，ということで考えられるのが，施設までの最大距離を最小化するような位置に立地するというもので，ミニマックス問題としてこちらもよく知られたものである．

最大距離を最小化するというミニマックス問題は，距離が最大となる利用者に最大の配慮をするもので，一部の住民のために効率性が損なわれてしまうおそれがある．ミニサム規準とミニマックス規準の間にはトレードオフの関係が存在し，ある種の効率性とある種の公平性の両端を形成していることになる．そこで両者の中間に具体的な意味づけをするモデルが提案されてきた．その一例としては，k-セントラム問題が挙げられる [2]．これは任意の場所に立地した施設から遠い順に k 人の利用者までの距離の和を考え，これを最小化するという問題で，$k=1$ のときは，最も遠い利用者のみに注目するためミニマックス問題となり，k が利用者全体となる場合にはミニサム問題へ帰着するというものである．また，異なる一般化として，利用者から施設までの距離の r 乗の和を考慮するというものがある [3]．$r=1$ のときは，ミニサム問題そのものであることは明らかで，1 より大きい r について考えると，距離が大きくなればなるほどその影響が重要視されることとなる．その極限として $r=\infty$ とすれば，最大距離のみに注目したミニマックス問題となる．

ところで，このようにさまざまある規準のうち，どれを採用するかは意思決定者に委ねられる．しかしそれでも決定できない場合には，その地域の住民による住民投票を行い，多数決で決するということが考えられよう．この多数決は，最大多数の最大幸福という観点からは是とされているものの，その決定は必ずしも上記のようなさまざまな規準で最適になるとは限らない．高森ら [4] は，二つの候補地の間で，住民が自らに最寄りの候補を支持するとの仮定のもとでの直接投票を経た多数決による選択と，住民から各候補地までの距離の総和に基づく決定とが逆転する条件を示している．

さらに，多くの選挙などで多数決方式による決定が

うかい　たかもり
慶應義塾大学理工学部
〒 278–8510 神奈川県横浜市港北区日吉 3–14–1

使われているものの，三つ以上の候補から一つを選択するという状況においてはさまざまな問題が指摘されている．コンドルセ方式は，単純多数決の問題点を修正したものの一つで，すべての候補ペアについて一対一での住民の多数決を行った結果，ほかのすべての候補に対して過半数を獲得し勝利する候補（これを**コンドルセ勝者**という）を当選者とするものである．施設配置問題の研究の文脈では，住民は二つの候補のうち，より自身に近い候補に投票すると考え，コンドルセ勝者となる配置（以下，コンドルセ配置と呼ぶ）を定めるものということができるだろう．Hansen and Thisse [5] は，ネットワークを対象として，コンドルセ配置とミニサム配置，ミニマックス配置についての比較分析を行っている．

また，コンドルセ方式にもコンドルセ勝者が常に存在するとは限らないという問題点が存在する．Campos and Moreno [6] は，コンドルセ勝者の基準を緩和し，住民から対象とする候補までの距離が対立候補よりも一定の距離以上遠い場合に反対に投票し，反対が一定割合を超えた場合に，対象とする候補の敗北となるとしたうえで，ネットワーク上の配置について議論している．

ところで，ミニサム配置やミニマックス配置では，各規準に沿った評価値を計算することで，候補間でどの程度の差があるかを示すことができる．一方で投票に基づく施設配置に関する既存の研究では，（緩和された）コンドルセ配置のみに着目しており，勝者とそれ以外との間でどの程度の差があるかについては触れられていない．そこで，すべての候補のペアについて一対一の多数決を行う一対比較において，ある地点がほかの地点に対して勝利する数について考えてみよう．もし，コンドルセ勝者が存在するならば，その候補の勝利数は最大となり，コンドルセ方式と整合するはずである．コンドルセ勝者が存在しない場合でも，一対比較での勝利数は地域住民から見た潜在的な好ましさであると捉えてもよいだろう．以下では，この枠組に則り，一対比較におけるほかの地点に対する勝利数をその地点の評価値として，施設立地場所の分析の一般化を行い，その特徴について見ていく．

2. 1 次元上の問題

何をしようとしているのかを把握するために，まずは簡単な 1 次元での問題から始めよう．1 次元の領域上に $2n+1$ 人（n は自然数）の住民が存在している状況で，任意の場所に施設を一つだけ設けることを考える．この施設の立地場所を，「住民が最寄りの候補に投票する」と仮定した際の投票結果を用いて評価する．以下では，「住民の投票」という文脈に合わせて，評価対象の配置場所 X を**（配置）候補**と呼ぶこととする．そして候補 X を評価するために，ありとあらゆる**対立候補** Y との間で，候補が二つだけの，一対一の投票を考えるのである．

1 次元領域の適当な点を原点とし，適当な向きに正となるような座標系を導入する．このとき，候補 X と対立候補 Y の位置がそれぞれ x, y と表されるものとする．また，住民の添字集合を $N = \{1, \ldots, 2n+1\}$ として，その位置を $z_i, i \in N$ と表す．先ほど書いたように，候補 X と対立候補 Y のうち住民は自らに近いほうを好み，投票する，と仮定する．すると，線分 x–y の中点より x 側にいる住民は候補 X に，そうでない住民は対立候補 Y に投票することになり，候補 X は

$$s(x; y) = |\{i \in N : |z_i - x| < |z_i - y|\}| \qquad (1)$$

だけ得票することになる．この一対一の投票で，得票数が過半数となる候補は，他方の候補に対して**優勢**であると，過半数に満たない場合は**劣勢**であるということにする．1 節ではある地点がほかの地点に対して「勝利する」数と書いたが，一対一の投票での勝利なのか，最終的な選出にあたっての勝利なのか，紛らわしい．この混同を避けるため，一対一の投票においては優勢と表現することにする．

ところで，候補 X がある対立候補 Y に対して優勢であったとしても，別の対立候補 Y′ に対しては劣勢となるかもしれない．そこで，コンドルセ方式にならって「ありとあらゆる」対立候補 Y との間での一対一の投票が行われると考えてみよう．形式的に書けば，$y \in (-\infty, \infty)$ に対して優勢か劣勢かを定めるのである．再び，1 節では勝利する数と書いたが，もはや「数」ではなく「量」と表現すべきものとなる．

さて，上記のことを考えるために，まず候補 X が優勢となるような対立候補 Y の存在する領域を特定する．この領域を**優勢領域**と呼ぶことにして，$D(x)$ と表そう．$D(x)$ は形式的には，

$$D(x) = \{y : s(x, y) \geq n+1\} \qquad (2)$$

と書くことができる．そして，この優勢領域 $D(x)$ の大きさを用いて，候補 X の評価を行う．

では，具体的に $D(x)$ について考えてみよう．1 次元上の問題を考えているので，$x > y$ ならば，中点 M の位置 $(x+y)/2$ より z_i が大きい住民はすべて候補 X

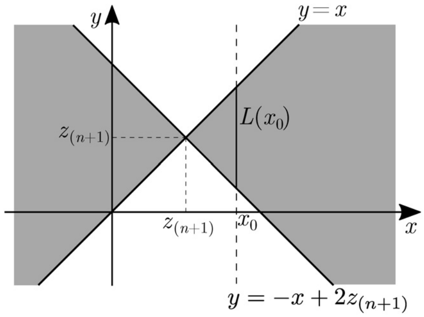

図 1　x–y 平面上の優勢領域，劣勢領域

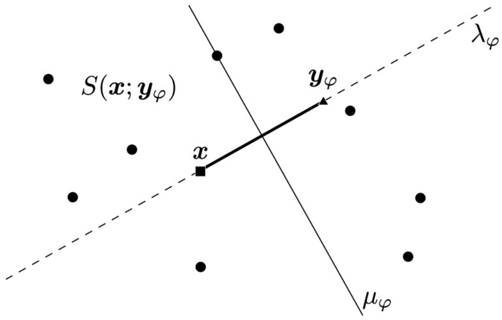

図 2　直線 λ_φ 上の劣勢領域

に投票する．したがって，$n+1$ 番目に大きい z_i に位置する住民からの投票が得られれば，過半数を得票することになる．つまり，$z_{(k)}$ を k 番目に大きな z_i を表すものとして，

$$\frac{x+y}{2} \le z_{(n+1)} \quad \leftrightarrow \quad y \le -x+2z_{(n+1)}$$

となれば候補 X は優勢となる．$x<y$ の場合についても同様に考えることができ，

$$y > -x+2z_{(n+1)}$$

を満たせば，候補 X が優勢となる．これより，優勢領域 $D(x)$ は，

$$D(x) = \begin{cases} (-\infty, x)\cup(-x+2z_{(n+1)},\infty) & x<z_{(n+1)} \\ (-\infty,-x+2z_{(n+1)})\cup(x,\infty) & x>z_{(n+1)} \end{cases}$$

と表される．

ところで，いま $D(x)$ を求めたが，その大きさは有限ではなく，そのままでは候補間での比較に利用できない．そこで，補集合である**劣勢領域** $D^{\mathrm{C}}(x)$ に注目して，候補 X の評価値 $f(x)$ を

$$f(x) = -|D^{\mathrm{C}}(x)| \tag{3}$$

とすることにしよう．すると，

$$D^{\mathrm{C}}(x) = \begin{cases} (x,-x+2z_{(n+1)}) & x<z_{(n+1)} \\ (-x+2z_{(n+1)},x) & x>z_{(n+1)} \end{cases}$$

なので，

$$f(x) = -2|x-z_{(n+1)}| \tag{4}$$

ということになる．

図 1 に，x–y 平面上で優勢領域，劣勢領域がどのようになるかを示す．位置 x_0 における劣勢領域は，x 軸上の x_0 を通り y 軸に平行な直線と，灰色に塗られた領域の共通部分（$L(x_0)$）となる．このことから，また式 (4) からも，$x=z_{(n+1)}$ のとき，候補 X はどのような対立候補に対しても優勢となり，コンドルセ勝者となることがわかる．

上記のように，メディアンに位置する候補がコンドルセ勝者となることは，次のように説明することもできる．候補 X の位置 x がメディアン $z_{(n+1)}$ であるならば，対立候補 Y がそれよりわずかに大きい $x+\Delta x$ に位置したとしても，$z_{(1)},\ldots,z_{(n+1)}$ の $n+1$ 人が候補 X に投票する．また，対立候補 Y がわずかに小さい $x-\Delta x$ に位置したとき，$z_{(n+1)},\ldots,z_{(2n+1)}$ の $n+1$ 人は候補 X に投票する．したがって，このとき候補 X はコンドルセ勝者となるのである．

上記のことは，**中位投票者定理**として知られた結果でもある．

3.　2 次元上での劣勢領域

前節に引き続いて，2 次元上での問題を考えよう．前節と同様に，住民数が $2n+1$，その添字集合を N とする．平面上の適当な点を原点とする直交座標系を導入し，住民 $i, i\in N$ の位置を $\boldsymbol{z}_i$，候補 X の位置を $\boldsymbol{x}$，対立候補 Y の位置を $\boldsymbol{y}$ のように表す．また，厄介なことを避けるために，どの 3 人以上の住民も，1 本の直線上には存在しないということにする．

まず，住民 i が候補 X と対立候補 Y のうち，どちらに投票するかを考えよう．平面を線分 $\boldsymbol{x}$–$\boldsymbol{y}$ の垂直二等分線によって分割した二つの半平面のうち，どちらに住民 i が存在するかによって，上記のことが判断できることはすぐにわかるだろう．

では，劣勢領域 $D^{\mathrm{C}}(\boldsymbol{x})$ はどうなるだろうか．このことを考えるために，図 2 のように，ひとまず対立候補 Y の位置 $\boldsymbol{y}$ を，$\boldsymbol{x}$ を通る向き φ の直線 λ_φ 上に限定して考える．このとき，$\boldsymbol{x}$–$\boldsymbol{y}$ の垂直二等分線は常に λ_φ に垂直となる．この垂直二等分線のうち，両側にちょ

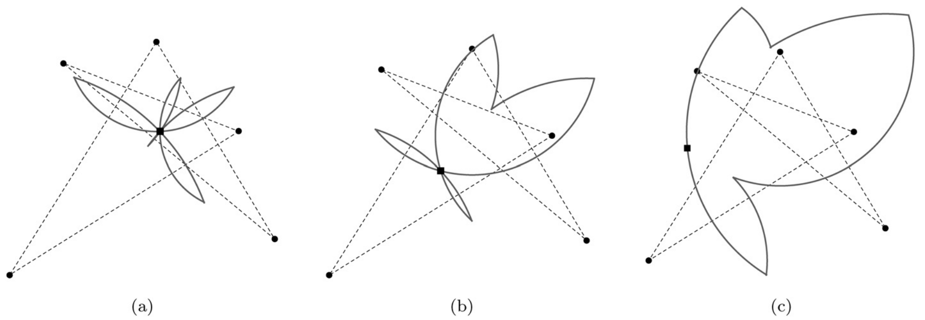

図 3　凸 5 角形状に 5 人の住民が存在するときの劣勢領域

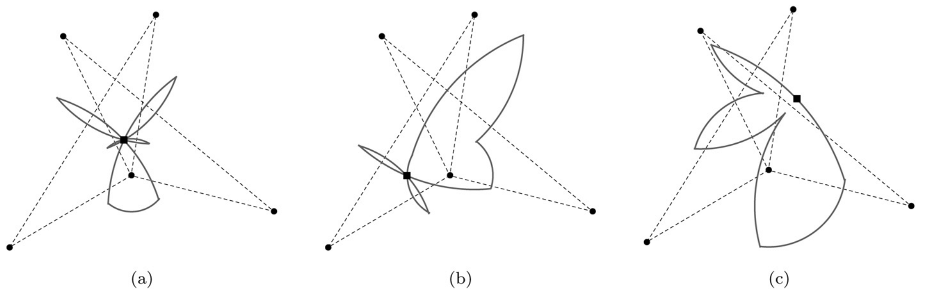

図 4　5 人の住民のうち 1 人がほかの 4 人の形作る凸な 4 角形内部に存在するときの劣勢領域

うど n 人ずつ住民が存在するようなものを μ_φ とし，これに関して $\boldsymbol{x}$ と対称な点を $\boldsymbol{y}_\varphi$ としよう．すると，線分 $\boldsymbol{x}$–$\boldsymbol{y}_\varphi$ は向き φ に限定した $\boldsymbol{x}$ の劣勢領域 $D^{\mathrm{C}}_\varphi(\boldsymbol{x})$ ということになる．

上記の $D^{\mathrm{C}}_\varphi(\boldsymbol{x})$ を $0 \leq \varphi \leq \pi$ の範囲で求めることで，$D^{\mathrm{C}}(\boldsymbol{x})$ となるわけだが，その形状はどのようなものなのになるだろうか．上で考えた μ_φ は，必ず 1 人以上の住民 i を通ることになる．μ_φ が通るべき住民を向き φ における**ピボット**住民と呼んで，$p(\varphi)$ と表そう．μ_φ は，線分 $\boldsymbol{x}$–$\boldsymbol{y}_\varphi$ の垂直二等分線なのだから，$||\boldsymbol{z}_{p(\varphi)} - \boldsymbol{x}|| = ||\boldsymbol{z}_{p(\varphi)} - \boldsymbol{y}_\varphi||$ となる．φ が変化すると，ピボット $p(\varphi)$ もそれに応じて変化していくが，ピボットが変わらない範囲，すなわち $p(\varphi) = p(\psi)$ であるような ψ に対しては $||\boldsymbol{z}_{p(\varphi)} - \boldsymbol{x}|| = ||\boldsymbol{z}_{p(\varphi)} - \boldsymbol{y}_\psi||$ である．つまり，このような範囲における $\boldsymbol{y}_\varphi$ の軌跡は，$\boldsymbol{z}_{p(\varphi)}$ を中心とし，半径が $||\boldsymbol{z}_{p(\varphi)} - \boldsymbol{x}||$ の円弧であり，劣勢領域 $D^{\mathrm{C}}(\boldsymbol{x})$ は複数の円弧に囲まれた領域ということになる．

最後に $D^{\mathcal{C}}(\boldsymbol{x})$ を構成する円弧の境界について見ておこう．それぞれの円弧は，向き φ のときのピボット住民 $p(\varphi)$ に対応するのだから，円弧の端点は対応するピボット住民がピボットであり続ける向きの境界である．よって，円弧の端点では，μ_φ は 2 人の住民を通っていることになる．

4．2 次元での劣勢領域の作図

これまでのことから，劣勢領域は次のようにして作図することができることがわかる．まず，適当な向きに対してピボットとなる住民を探し，その住民がピボットであるような最小の向きをあらためて $\varphi = 0$ とする．新たに設定された $\varphi = 0$ から π までの範囲で，ピボットの交代が生じる向きを $\varphi\langle 0\rangle = 0, \varphi\langle 1\rangle, \ldots, \varphi\langle k\rangle, \ldots, \varphi\langle m\rangle = \pi$ とし，$\varphi\langle k-1\rangle \leq \varphi \leq \varphi\langle k\rangle$ $(k = 1, \ldots, m)$ のときのピボット住民を $[k]$ で表す．すると，k 番目のピボット交代が生じるとき，つまり $\varphi = \varphi\langle k\rangle$ のときの劣勢領域の境界 $\boldsymbol{y}_{\varphi\langle k\rangle}$ は，2 点 $\boldsymbol{z}_{[k-1]}, \boldsymbol{z}_{[k]}$ を通る直線 $\mu_{\varphi\langle k\rangle}$ に関して $\boldsymbol{x}$ と対称な点となる．$\boldsymbol{z}_{[k]}$ を中心とし，$\boldsymbol{y}_{\varphi\langle k\rangle}, \boldsymbol{y}_{\varphi\langle k+1\rangle}$ を端点とする円弧を描くことで，劣勢領域 $D^{\mathcal{C}}(\boldsymbol{x})$ を作図することができる．

図 3，図 4 に住民数が 5 人 $(n = 2)$ の場合の劣勢領域の例を示す．図 3 では，5 人の住民が凸な 5 角形状に分布している．そのため，作図の補助線（ピボットが交代する向きにおける μ_φ）となる線分が五芒星状となっている．候補 X の位置 $\boldsymbol{x}$ がこの五芒星の内部に存在するような場合，$\boldsymbol{x}$ を中心として五つの突起が出現するが，$\boldsymbol{x}$ が領域の外側へ移動するに従い，この突起は互いに融合し，劣勢領域が大きくなっていくこと

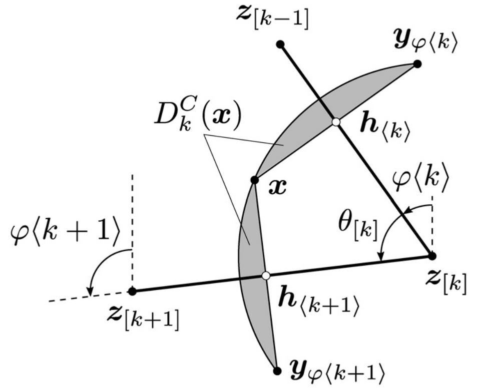

図 5　$z_{[k]}$ 付近の劣勢領域

がわかる．図 4 では，図 3 の右上に位置していた住民がほかの 4 人の住民に囲まれる形となっており，中心付近から移動するに従って次第に劣勢領域が広がっていく様が見て取れる．

5.　劣勢領域の面積

上述のように，劣勢領域 $D^{\mathrm{C}}(\boldsymbol{x})$ の境界はピボット住民の位置を中心とする円弧によって構成されている．向き φ における劣勢領域は，線分 $\boldsymbol{x}$–$\boldsymbol{y}_\varphi$ なので，異なる φ に対する劣勢領域は $\boldsymbol{x}$ を除いて共有点をもたない．したがって，$\varphi\langle k-1\rangle \leq \varphi < \varphi\langle k\rangle$ の範囲の劣勢領域 $D_k^{\mathrm{C}}(\boldsymbol{x})$ は，二つの線分 $\boldsymbol{x}$–$\boldsymbol{y}_{\varphi\langle k-1\rangle}$, $\boldsymbol{x}$–$\boldsymbol{y}_{\varphi\langle k\rangle}$ および，$\boldsymbol{z}_{[k]}$ を中心として $\boldsymbol{y}_{\varphi\langle k-1\rangle}$ と $\boldsymbol{y}_{\varphi\langle k\rangle}$ を結ぶ円弧によって囲まれた弓型の領域となる．

さらに，図 5 のように，$D_k^{\mathrm{C}}(\boldsymbol{x})$ は二つの弓型に分割される．ここで $\varphi = 0$ に対する線分 $\boldsymbol{z}_{[k-1]}$–$\boldsymbol{z}_{[k]}$ の偏角の大きさを $\varphi\langle k\rangle$ とし，$\theta_{[k]} = \varphi\langle k+1\rangle - \varphi\langle k\rangle$ とする．さらに，$\boldsymbol{x}$–$\boldsymbol{y}_{\varphi\langle k\rangle}$ と $\boldsymbol{z}_{[k-1]}$–$\boldsymbol{z}_{[k]}$ の交点を $\boldsymbol{h}_{\langle k\rangle}$ とすれば，この弓型の面積は，

$$\theta_{[k]}||\boldsymbol{x} - \boldsymbol{z}_{[k]}||^2 - ||\boldsymbol{z}_{[k]} - \boldsymbol{h}_{\langle k\rangle}|| \cdot ||\boldsymbol{x} - \boldsymbol{h}_{\langle k\rangle}||$$

として求めることができる．

これをすべての $k = 1, \ldots, m$ について足し合わせることで，劣勢領域 $D^{\mathrm{C}}(\boldsymbol{x})$ 全体の面積が求まり，

$$\left|D^{\mathrm{C}}(\boldsymbol{x})\right| = \sum_{k=1}^{m} \theta_{[k]}||\boldsymbol{x} - \boldsymbol{z}_{[k]}||^2 - \alpha \tag{5}$$

と表すことができる．ただし α は，$\boldsymbol{z}_{[1]}, \ldots, \boldsymbol{z}_{[m]}$ を結んでできる多角形の，重複を考慮した面積であり，$\boldsymbol{x}$ に依らない，住民の分布に固有の定数である．

6.　評価関数値の分布

前節で求めた劣勢領域の面積により，任意の地点 $\boldsymbol{x}$ の評価関数を

$$f(\boldsymbol{x}) = -\left|D^{\mathrm{C}}(\boldsymbol{x})\right| \tag{6}$$

と定めよう．上の話から，$f(\boldsymbol{x})$ は上に凸であることは明らかなので，一階の条件から，$f(\boldsymbol{x})$ が最大となる点 $\boldsymbol{x}^*$ は，

$$\boldsymbol{x}^* = \frac{\sum_{k=1}^{m} \theta_{[k]}\boldsymbol{z}_{[k]}}{\pi} \tag{7}$$

となり，これは各住民がピボットとなる向きの範囲で重み付けをした重心と解釈される．また，評価関数値の等高線は $\boldsymbol{x}^*$ を中心とする同心円となる．

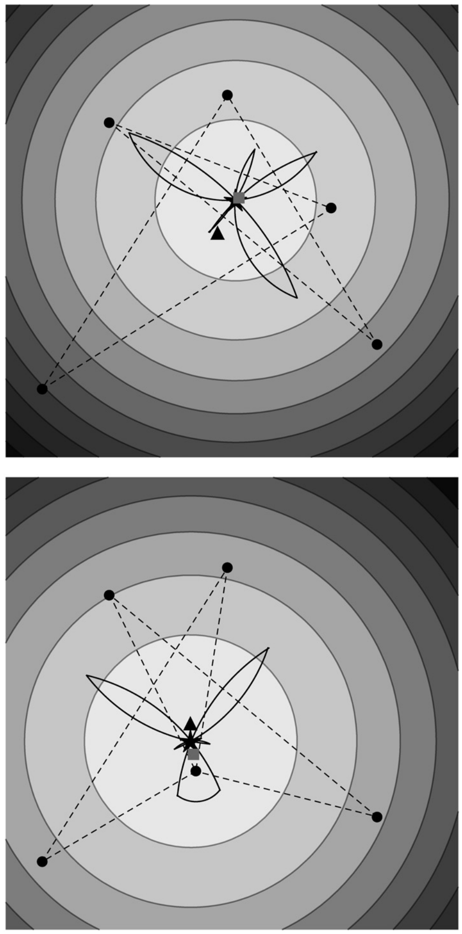

図 6　5 人の住民が存在するときの評価関数値の等高線とその極大点 (★)，重心 (■)，ウェーバー点 (▲)

図 6 に，図 3，図 4 の住民配置に対する評価関数値の等高線，極大点を示す．また，図にはウェーバー点および住民の重心と，極大点 $\boldsymbol{x}^*$ に対する劣勢領域も同時に示した．この図の場合には，コンドルセ勝者となるような点は存在しない．

ウェーバー点は冒頭に紹介したウェーバー問題の解

となる点で，施設から住民までの距離の総和が最小となる．また，重心は施設から住民までの距離の二乗和を最小にする点という意味があり，施設配置を論じる際に最適性の規準として頻繁に用いられるものである．これら三つの点は，それほど離れてはいないものの，相異なることは興味深い．また，極大点に対する劣勢領域の外部にウェーバー点や重心が存在することは，住民の投票により選ばれやすい立地場所と，距離や二乗距離の総和を最小にする立地場所との間での齟齬の発生を示唆している．

7. おわりに

平面上の任意の地点に施設が立地可能という状況下で，あらゆる 2 点（候補）間で投票による施設立地場所を決定を行った際に，ある地点が立地点となる頻度をその地点の潜在的な評価値とみなし，その評価値の導出の手順や解析的な枠組みに関する分析を紹介した．この枠組みで評価値が最大となる，各住民がピボットとなるような向きの範囲の大きさで重み付けした重心は，必ずしもコンドルセ勝者とはならず，またウェーバー点や重心（距離の 2 乗和を最小とする点）とも異なるという結果を見てきた．ウェーバー点や重心は，自治体などの計画担当者が地域住民全体の利便性を勘案したときに，どこに施設を立地させるかを考えるものである．一方で，本稿で紹介した枠組みは，住民の要望を投票という形で直接反映させたものということができよう．両者の間で齟齬が生じることは，現実の意思決定の難しさを物語っているのではないだろうか．特に，2 次元上の問題では，どのような場所に立地させようとしても，それを上回る支持を受ける立地場所が存在するということになるのである．

ところで，本稿で紹介した評価値は，領域内に独立かつ一様に二つの候補が出現し，その 2 候補間での一対比較を行った際に，評価対象の地点がどれだけ一対比較に勝利しやすいかを表す，一種の尤度とも考えることもできよう．また，評価関数を見ると，住民はピボットとなる向きの範囲の大きさ $\theta_{[k]}$ という重みをもつということになる．すなわち，$\theta_{[k]}$ によって住民の発言力を推し量ることも可能である．

参考文献

[1] 栗田治，『都市モデル読本』，共立出版，2004.
[2] 田村一軌，大澤義明，古藤浩，青木充広，“平面上の k-centrum 立地問題の解法に関する研究，” GIS-理論と応用，**17**, pp. 101–110, 2009.
[3] 岸本達也，“距離のべき乗和を最小化する施設群の最適配置問題とその解法，” 日本建築学会計画系論文集，**521**, pp. 301–308, 1999.
[4] 高森賢司，小林隆史，大澤義明，“庁舎建設候補地の比較分析—全体合理性と個別合理性との齟齬に着目して—，” 都市計画論文集，**48**, pp. 915–920, 2013.
[5] P. Hansen and J.-F. Thisse, “Outcomes of voting and planning: Condrcet, Weber and Rawls locations,” *Journal of Public Economics*, **16**, pp. 1–15, 1981.
[6] C. M. Campos Rodríges and J. A. Moreno Peréz, “Relaxation of the Condorcet and Simpson conditions in voting location,” *European Journal of Operational Research*, **145**, pp. 673–683, 2003.
[7] 鵜飼孝盛，“一対比較における投票結果に基づいた最適な施設立地場所，” 都市計画論文集，**50**, pp. 297–302, 2015.
[8] 鵜飼孝盛，“平面領域上の離散的な住民による一対比較に基づいた施設立地場所の評価，” 都市計画論文集，**51**, pp. 888–893, 2016.
[9] 谷村秀彦，池田三郎，梶秀樹，腰塚武志，『都市計画数理』，朝倉書店，1986.
[10] P. Dasgupta and E. Maskin, “The fairest vote of all,” *Scientific American*, **290**(3), pp. 64–69, 2004.

