

分析者の先験的な情報を用いた優先順位モデル

01700910 東京理科大学 山田 善靖 YAMADA Yoshiyasu
 01206350 東京理科大学 杉山 学 SUGIYAMA Manabu
 02401530 東京理科大学 *根田 光 NEDA Hikaru

1 はじめに

DEA (Data Envelopment Analysis) は, 多入力多出力システム (DMU: Decision Making Unit) の相対的な効率測定の手法である. 本研究では, 分析者の先験的な情報を取り入れた DEA の分析モデルを提案する.

DEA では, 入出力項目をどのように選ぶのが重要な点である. なぜなら, 小さい入力で, 大きな出力を産出している DMU が他の DMU に比べて効率性が良いと測定されるからである. そこで, データが小さいものほど良い項目を入力, データが大きいものほど良い項目を出力と考えて入出力項目を選んだ時, 入力と出力に関わりあいが存在してくる. その時, 入出力に生ずる入出力間にまたがった優先順位が起こりうる. DEA のモデルで入出力項目間に優先順位を取り入れた DEA/領域限定法 [2] 等では, 入力と出力項目に分けて優先順位をつけている. これに対し, 提案するモデルは, 先験的な情報として, 入出力項目間にまたがった優先順位を取り入れるものである.

そしてまた, この情報を用いて, 効率的な DMU の優劣の評価を行なう. 文献 [1] 等では, 効率的な DMU の順位付けに先験的な情報を扱っていない. そこで, 入出力項目間の優先順位を用いて効率的な DMU に順位付けを行なうモデルを提案する.

2 モデルの提案

2.1 DEA

DEA では, $DMU_j (j = 1, \dots, n)$ についてそれぞれ効率性を測定する. また, 各 DMU_j は “ m ” 種の入力 $x_{ij} > 0 (i = 1, \dots, m)$ を使い, “ s ” 種の出力 $y_{rj} > 0 (r = 1, \dots, s)$ を産出していると仮定する. 分析対象である各 $DMU_o (o = 1, \dots, n)$ に対する CCR モデルは文献 [2] 等を参考にし, ここでは省略する.

2.2 優先順位モデル

DEA で入力項目をデータが小さいものほど良い, 出力項目をデータが大きいものほど良いと考えて入出力項目を選んだ時, 入出力に生ずる入出力間にまたがった優先順位を取り入れたモデル 1 を提案する.

ここで各 DMU のにおける “ m ” 種の入力 x_{ij} を $z_{s+i,j} > 0 (i = 1, \dots, m)$, “ s ” 種の出力 y_{rj} を $z_{r,j} > 0 (r = 1, \dots, s)$ と表記し直す. そして出力に対するウエイトを $w_r (r = 1, \dots, s)$, 入力に対するウエイトを $w_{s+i} (i = 1, \dots, m)$ とする. 分析対象とする各 $DMU_o (o = 1, \dots, n)$ に対する先験的な情報を入出力項目間の優先順位として取り入れたものがモデル 1 である.

$$\begin{aligned} \text{Max } & \theta = \sum_{r=1}^s w_r z_{r,o}, \\ \text{s.t. } & \sum_{i=1}^m w_{s+i} z_{s+i,o} = 1, \\ & \sum_{r=1}^s w_r z_{r,j} - \sum_{i=1}^m w_{s+i} z_{s+i,j} \leq 0, \\ & \hspace{15em} (j = 1, \dots, n), \\ & \sigma w_{\pi(k)} z_{\pi(k),o} \geq \sigma w_{\pi(k+1)} z_{\pi(k+1),o}, \\ & \hspace{15em} (k = 1, \dots, s+m-1), \\ & \sigma w_{\pi(s+m)} z_{\pi(s+m),o} \geq \varepsilon, \\ & \hspace{15em} \pi : 1, \dots, s+m \text{ 上の順列.} \\ & \sigma = \begin{cases} s/m & (z_{\pi(k),o} = z_{r,o}) \\ 1 & (z_{\pi(k),o} = z_{s+i,o}) \end{cases} \end{aligned}$$

モデル 2

$$\begin{aligned} \text{Min } & \sigma w_{\pi(s+m)} z_{\pi(s+m),o} / \sigma w_{\pi(1)} z_{\pi(1),o}, \\ \text{s.t. } & \sum_{i=1}^m w_{s+i} z_{s+i,o} = 1, \\ & \sum_{r=1}^s w_r z_{r,o} - \sum_{i=1}^m w_{s+i} z_{s+i,o} = 0, \\ & \sum_{r=1}^s w_r z_{r,j} - \sum_{i=1}^m w_{s+i} z_{s+i,j} \leq 0, \\ & \hspace{15em} (j = 1, \dots, n), \\ & \varepsilon \leq \sigma w_{\pi(s+m)} z_{\pi(s+m),o} / \sigma w_{\pi(1)} z_{\pi(1),o} \geq 1 \\ & \sigma w_{\pi(k)} z_{\pi(k),o} \geq \sigma w_{\pi(k+1)} z_{\pi(k+1),o}, \\ & \hspace{15em} (k = 1, \dots, s+m-1), \\ & \sigma w_{\pi(s+m)} z_{\pi(s+m),o} \geq \varepsilon, \\ & \hspace{15em} \pi : 1, \dots, s+m \text{ 上の順列.} \\ & \sigma = \begin{cases} s/m & (z_{\pi(k),o} = z_{r,o}) \\ 1 & (z_{\pi(k),o} = z_{s+i,o}) \end{cases} \end{aligned}$$

モデル 2 は, 分析者の入出力項目間の優先順位により近い DMU を選択するためのモデルである.

3 サッカーの事例

3.1 データ

ここでは、事例としてサッカーのFW選手の評価を取り上げる。FWの役割は、チームの勝利のため点数を入れることである。サッカーのFW選手の評価項目として出場試合数、出場時間、シュート数、警告数、得点、勝利得点を取りあげた。データが小さいものほど良い項目は出場試合数、出場時間、シュート数、警告数であるので入力項目に、データが大きいものほど良い項目は得点、勝利得点であるので出力項目にした。

分析に用いたデータは、文献[3]に掲載されていたJリーグの'94シーズンの勝利得点ランキング20である。そのうち、途中退団者2名を評価から除いたため、DMUは18人である。また、分析には、各データの平均値で基準化した値を用いた。

3.2 提案したモデルによる分析結果

CCRモデルで分析を行なった結果を表2に示す。効率的なDMUは、8人であった、この結果は、入出力項目間の優先順位は考えられておらず、各DMUごとに自分に最も有利なウエイト付けがなされたものである。次に分析者の先験的な情報として、表1の各入出力項目間の優先順位を取り入れ、モデル1で分析を行なった。表1では、FWの点取り屋という役割から得点を最も重要であると考えている。その結果とモデル2での分析結果を表2、表3で示す。

表1: 項目間の優先順位とウエイト

入出力項目名	入出力項目の優先順位	入出力データ	優先順位の実現	入出力項目のウエイト	優先順位の実現
得点	1	z_2	$z_{\pi}(1)$	w_2	$w_{\pi}(1)$
シュート数	2	z_5	$z_{\pi}(2)$	w_5	$w_{\pi}(2)$
勝利得点	3	z_1	$z_{\pi}(3)$	w_1	$w_{\pi}(3)$
出場時間	4	z_6	$z_{\pi}(4)$	w_6	$w_{\pi}(4)$
警告	5	z_4	$z_{\pi}(5)$	w_4	$w_{\pi}(5)$
出場試合	6	z_3	$z_{\pi}(6)$	w_3	$w_{\pi}(6)$

表2よりCCRモデルとモデル1との結果を比べると効率的なDMUは8人から2人減っている。CCRモデルで効率的だった6人のうち例えばアルシンド等は、CCRモデルでは、優先順位の低い入出力項目が高く評価されていたために他のDMUと比べて効率的となったと考えられる。ここで、効率的となった2人は分析者がFWというポジションを考えた時の入出力項目の優先順位を満たして、他のDMUより効率的となっているのである。さらにその2人を順位づけた結果が表3である。ベッチーニョのほうが入出力項目間の優先順位をより明確に表現できる評価がなされているので1位となった。

表2: 効率値: CCRモデルとモデル1

DMU	効率値 (CCR)	効率値 (モデル1)	DMU	効率値 (CCR)	効率値 (モデル1)
アルシンド	1.0000	0.9108	武田	1.0000	0.8884
ベッチーニョ	1.0000	1.0000	高木	0.7500	0.5930
ディアス	0.9659	0.9216	藤	0.8778	0.5822
ピスマルク	0.9332	0.6120	長谷川	0.9913	0.7309
トニーニョ	1.0000	0.9511	メディナペーゾ	0.6932	0.6017
ハシエック	1.0000	1.0000	岩本	0.5308	0.2762
オルドネビッツ	1.0000	0.9026	前田	1.0000	0.8008
野口	1.0000	0.9844	森山	0.7043	0.5339
チェルニー	0.8563	0.7509	ファンブルグ	0.4409	0.2927

表3: 効率値: モデル2

DMU	順位づけ	評価値
ベッチーニョ	1	0.000097
ハシエック	2	0.000107

今回用いたサッカーのFWの評価は、分析者が違うと評価結果が変わってくる。しかし、もともとチームの違う選手を相対評価するときそれぞれのチームの分析者がチームカラーにあった評価をすると考えるとすればこの評価は有用である。

4 結論

本研究では、分析者の先験的な情報を取り入れたDEAのモデルを提案した。ここではDEAを行なう時、先験的な情報として入出力項目の優先順位をモデルに取り入れることができた。

また、効率的なDMUの優劣の評価を行なうために、モデル2で入出力項目間の優先順位を用いて効率的なDMUに順位づけを行なった。

参考文献

- [1] Cook, W.D., Kress, M. and Seiford, L.M.: Prioritization models for frontier decision making units in DEA, *European Journal of Operational Research*, Vol.59, (1992), pp.319-323.
- [2] 末吉俊幸: DEAによる効率性分析に関する一考察, *オペレーションズ・リサーチ*, Vol.35, No.3, (1990), pp.167-173.
- [3] 刀根 薫: 経営効率性の測定と改善-包絡分析法DEAによる, *日科技連*, (1993).
- [4] 土屋 信郎: Jリーグイヤーブック 1994, ソニーマガジンズ, (1994).