1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

幹線配送計画問題

01604880 ◦毛利裕昭 東京工業大学 (株) 三菱総合研究所
01108010 久保幹雄 東京商船大学
01601360 森 雅夫 東京工業大学

1 はじめに

物流関連の数理モデルの代表的なもので非常に良く研究されてきたものは配送計画問題 (Vehicle Routing Problem-VRP-) と呼ばれるもので, ある地域の物流センター (デポ) の配送計画を立てるものであった. この配送計画問題の論文は様々な時間制約, 複数デポなどの様々な制約条件を課すことにより膨大な数におよんでいる.

こうした, 地域輸送の数理モデルが研究されることは物流の効率化に大きく貢献した. その様々な成果は Bell et al.[1] などの事例が Interfaces をはじめとする雑誌に紹介されてきた.

上記のモデルがおもに小型トラックによる地域内輸送の問題を考えていたのに対して本稿では物流センター間の中大型トラックによる幹線輸送をとりあつかう. 配送計画問題にくらべて一階層上位に位置するこの問題は, 関連したものとして Powell [4] や Leung et al. [3] が研究した LTL (Less Than Truckload) 輸送問題や最近の Hooker[2] の研究が見られるが, その論文数は配送計画問題に比べ非常に少ない.

しかし, 幹線輸送関連の費用は配送計画問題が扱う地域内配送比べて車両費用, 高速費用の両者とも非常に大きい. このことは, いいかえれば最適化による費用削減の可能性が配送計画問題に比べ非常に大きいことを示唆する.

現状では, 多くの物流会社においては手作業により計画を立てられている. しかし, 手作業による日々の幹線配送計画では, 最近の複雑化する要求をこなせなくなっていると考えられる.

本稿で述べる問題は著者のうちの一人が, いくつかの物流会社 (もしくは物流部門) から具体的にもちかけられた問題であるが広く一般性をもつ問題となっている.

モデルは, ネットワークデザイン問題と配送計画問題の両者の性格を持つ.

2 例

問題設定そのものが新しく提案されたものであるので具体的に例を示しながら説明する. 4つの物流センター間を10トンの積載容量を持つトラックで輸送することを考える. トラックは全てAにあり, 各トラックは一日に一便だけ運行するものとする. 移動は全て高速を使い, 高速上の移動に関連する費用を考える. 簡単のため, ここで考える費用は高速料金のみとする. また, 荷物は運送に関して積載, 配送の両者を考慮し, 分割可能であるとする.

各物流センター間に輸送すべき量は以下のような表で現されるものとする. この数値は現実にある問題のデータを少々加工したものである.

単位はトン

	A	B	C	D
A	-	30	5	5
B	30	-	1	15
C	5	1	-	0
D	0	15	0	-

10 トントラックの高速料金は以下のように仮定する.
単位は円

	A	B	C	D
A	-	5000	8300	12000
B	-	-	5000	8000
C	-	-	-	5000
D	-	-	-	-

上記のような条件のもとでの実行可能な解を一つ挙げてみると.

A⇒B⇒D⇒B⇒A
A⇒B (A で積んで B で降ろす量) 10 トン, B⇒D 10 トン, D⇒B 10 トン, B⇒A 10 トン

A⇒B⇒D⇒B⇒A
A⇒B 10 トン, B⇒D 5 トン, D⇒B 5 トン, B⇒A 10 トン

A⇒B⇒D⇒B⇒A
A⇒B 5 トン, A⇒D 5 トン, B⇒A 10 トン

A⇒B⇒C⇒B⇒A
A⇒B 5 トン, A⇒C 5 トン, B⇒C 1 トン, C⇒B 1 トン, C⇒A 5 トン

この解は 98,000 円であるが, 現実の配送で実際に行なわれている方法ではトラックがルートの途中で一旦荷物をおろして軽減された分を利用していないことが大部分であり, この程度の解でも費用節約になることも多い. よって, このような実行可能な解のうち最適解もしくは良い近似解が得られれば実用面での貢献は大きい. この問題は, 積載, 配送の両面を考慮した分割配送計画問題と考えられる. また, 一方荷物のフローに注目すると, 多品種流ネットワークデザイン問題で, 構築されるネットワークの形状に制約が付加されたものとも考えられる. 以下では, この問題を幹線配送計画問題と呼び, その解法を考える.

また, 実際には運転手の稼動時間の上限などが付加されるが, ルート生成の部分に組み込みが可能であるので (次章で述べる) 簡単のため以下では稼動時間制約はない場合を考える.

3 記号と変数

全ての (実行可能な) ルートは既に生成済みとする. このようなアプローチは, 帰着される問題が集合分割問題になるので, 通常, 集合分割アプローチと呼ばれるが, ここでは以下のの理由によりルート生成アプローチと呼ぶ. 幹線輸送の場合は, 全てのルートの数は比較的少ないので, ルート生成アプローチに向いていると考えられるが, 帰着される問題は集合分割問題より複雑な問題となる.

異なるトラックが同じ配送順序で運行するときは，それらは異なるルートであると考える．これは，トラックが異なると，積載容量およびルート関連費用(高速代，人件費，管理費，減価償却費，ガソリン代)が違ってくるためである．

運ぶべき荷物は，出発点と到着点が異なるものごとに分けられており，どの荷物も混載可能であるとする．以下では出発点と到着点が異なる荷物を品種(commodity)と呼び区別する．

以下の記号を用いる．

$G=(N,A)$: ノード集合 N とアーク集合 A から構成されるネットワーク．

R: ルートの添え字集合． 添え字は $r\in R$.

A_r: ルート $r\in R$ に含まれるアークの集合．

c_r: ルート $r\in R$ の費用．

M_r: ルート $r\in R$ に対応するトラックの積載容量の上限．

K: 品種を表す添え字集合．添え字は $k\in K$.

f_k: 品種 $k\in K$ の荷物量．

o_k: 品種 $k\in K$ の出発点．

d_k: 品種 $k\in K$ の到着点．

以下の変数を用いる．

y_r: ルート $r\in R$ が使われたとき 1，それ以外のとき 0 を表す 0-1 変数．

x_{ij}^k: 品種 $k\in K$ がアーク $(i,j)\in A$ 上を運ばれている量の合計を表す実数変数．

4 定式化 1

問題の状況をわかりやすく定式化するとすると以下のようになる．

$$\min\sum_{r\in R}c_r y_r$$

subject to

$$\sum_j x_{ij}^k-\sum_j x_{ji}^k=\begin{cases} f_k & i=o_k\\ 0 & i\in N\setminus\{o_k,d_k\}\\ -f_k & i=d_k\end{cases}\quad \forall k\in K$$

$$\sum_{k\in K}x_{ij}^k\le\sum_{(i,j)\in A_r}M_r y_r\quad\forall(i,j)\in A$$

$$y_r\in\{0,1\}\quad\forall r\in R$$

$$x_{ij}^k\ge 0\quad\forall(i,j)\in A,k\in K$$

5 定式化 2

後で示す問題の解法の方針につながる定式化をここで述べる．記号として新たに以下のものを加える．

ξ_r^k: 品種 $k\in K$ がルート $r\in R$ 上を運ばれている量を表す実数変数．

$P_r(o_k\rightarrow d_k)$: o_k から d_k への路上にあるすべてのアークのうちルート $r\in R$ に属するものの集合．

これらの記号を利用して以下の様に定式化を書き直すことができる．

$$\min\sum_{r\in R}c_r y_r$$

subject to

$$\sum_{r\in R}\xi_r^k=f_k\quad\forall k\in K\tag{1}$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{(i,j)\in P_r(o_k\rightarrow d_k)}\xi_r^k\le M_r y_r\quad\forall(i,j)\in A_r\quad\forall r\in R$$

$$y_r\in\{0,1\}\quad\forall r\in R$$

$$\xi_r^k\ge 0\quad\forall k\in K\quad\forall r\in R$$

6 解法

ここで用いた解法は，定式化 2 において (1) をラグランジュ緩和した問題の値を利用した分枝限定法である．このようにラグランジュ緩和した問題は，いくつかの小問題に分割され解くことが容易になる．

参考文献

[1] W.Bell, L.Dalberto, M.Fisher, A.Greenfield, R. Jaikumar, R.Mack and P.Prutzman : Improving the Distribution of Industrial Gases with an On-line Computerized Routing and Scheduling Optimaser, *Interfaces*, Vol.13, No.6, pp. 4 – 23 (1983).

[2] J.N.Hooker and N.R.Natraj: Solving a General Routing and Scheduling Problem by Chain Decomposition and Tabu Search, *Transportation Science*, Vol.29, No.1, pp. 30 – 44 (1995).

[3] J.M.Leung, T.L.Magnanti and V.Signhal: Routing in Points-to-point Delivery Systems (Formulations and Solution Heuristics), *Transportation Science*, Vol.24, No.4, pp. 245 – 260 (1990).

[4] W.B.Powell: A Local Improvement Heuristic for the Design of Less-than-truckload Motor Carrier Networks, *Transportation Science*, Vol.20, No.4, pp. 246 – 255 (1986).