

Lagrange 緩和法によるスケジューリングの実用化

(2) 実行可能解の構成

* 京屋 祐二, Ling Gou†, Peter B. Luh†, 米田 清, 長谷川 哲夫, 加納 敏行

東芝, 研究開発センター

†Department of Electrical & System Engineering, University of Connecticut

1 はじめに

ジョブショップのスケジューリングにおいて、Lagrange 緩和法と heuristics を用いた解法は実用的な準最適解を高速に得るために有効である。一般的なジョブショップ問題の Lagrange 緩和法による解法は [1] で紹介されている。

この手法では、Lagrange 緩和法を適用した実行とは限らない解とそれに対し heuristics を適用した後の実行可能な解とを比較して双対 gap が得られ、最適解からのずれが定量的に求められる。このずれが十分に小さければ実用上最適解であることが保証される。

ここでは有限バッファ、段取りあり装置が存在する場合に対応した Lagrange 緩和法の解法について heuristics を中心に述べる。

2 問題の特徴

本研究で扱うジョブショップ問題は以下の特徴をもつ。

2.1 有限バッファ

バッファが無制限容量と仮定した場合、作業終了時点で製品は直ちに機械からバッファに移動され、その機械は次の製品を処理できる。しかし、有限バッファの場合は、処理が終っても必ずしも製品をバッファに運び出せるとは限らない。

有限バッファは同時に格納可能な製品の数が制限されるため、機械と同様、資源とみなすことができる。機械と異なる点は、処理時間が 0 であることである。

2.2 段取りあり装置

段取りあり装置は、製品の加工時間の他に、装置自身の段取りのための時間を要する。ただし、同じ仕様の製品を続けて加工する場合は段取りは省略できる。

ここで段取りグループを、段取りを省略できる同じ仕様の製品の集合と定義する。段取りグループは装置ごとに存在する。ある装置では同じ段取りグループに属す 2 つの製品は、別の装置では異なる段取りグループに属す場合もある。

同じ段取りグループの製品を 1 つ以上続けて加工する

状況を考える。それら一連の作業をバッチと呼ぶ。バッチでは、最初の作業のみ段取りが必要であり、2 つめ以降の作業は段取りは行なわない。

ある作業の処理時間のうち、純粋に製品を加工する時間を加工時間、段取りに要する時間を段取り時間と呼び、区別する。

有限バッファ、段取りあり装置以外にも、1 つの製品の加工する装置の順番が選択可能なことや、長期間のスケジュールへの対応などがなされているが、それらは heuristics には影響しないため、ここでの説明は省略する。

3 問題の定式化

スケジューリングは、[3] の記号で $H_{-1} \rightarrow M \rightarrow H_1$ の順で実行する。 H_{-1} では、準最適化を行うための前処理を heuristics を用いて行う。 M では、Lagrange 緩和法を用いて数学による準最適化を行う。 H_1 では、 M で得られた準最適解を実行可能な解に修正する。

3.1 H_{-1}

Lagrange 緩和法による準最適化を行なうにはスケジュール期間を予め与える必要がある。 H_{-1} ではスケジュール期間を算出する。最適化に要する計算時間はスケジュール期間の長さに比例するため、スケジュール期間は短い方がよい。一方、スケジュール期間は最適化途中に必要な作業期間 (スケジュール開始時刻から最も遅い作業の終了時刻までの期間) よりも長くなければならない。

期間の算出方法は H_1 で用いる実行可能解の導出アルゴリズムを用いる。 H_1 では準最適解の出力に対して実行可能解の導出アルゴリズムを適用するのに対し、 H_{-1} では全ての作業の開始時刻を 0 に割り当てたスケジュールに対して適用する。現在は、そこで得られた値の 1.3 ~ 1.5 倍をスケジュール期間として用いている。

3.2 M

Lagrange 緩和法による最適化手法は、全体の制約条件が作業単位の制約条件に分離可能な問題に対して有効であ

る。そのため、与えられた問題をそのように定式化することが重要である。

目的関数は、納期に対する遅延と、予定開始時期に対する開始時刻の早すぎ度で与えられる。この目的関数 J を最小化することを目標とする。 (i, j) を装置 i の j 番目の処理として

$$J := \sum_{(i,j)} [w_{ij}T_{ij}^2 + \beta_{ij}E_{ij}^2].$$

$$T_{ij} := (\text{予定開始時刻} - \text{開始時刻})^+ \\ E_{ij} := (\text{完成時刻} - \text{納期})^+, w_{ij}, \beta_{ij} := \text{重み}$$

制約条件はいずれも作業単位に分離可能な形で与える。

1. 装置容量制約

各時点における装置の使用台数は使用可能な台数以内であること。

2. 先行制約

ある作業の終了時刻は次の作業の開始時刻と等しいか、それ以前であること。さらに装置と装置の間に無限バッファが存在しない場合は前者と後者は等しいこと。

3. 装置段取り制約

バッチを実行するときは、最初に段取りを1回行なうこと。

4. バッチに関する装置容量制約

実行中のバッチ数は装置の平均容量以内であること。

5. バッチ順序制約

あるグループのバッチの実行順序は、バッチ番号に対し昇順であること。

3.3 H_1

Lagrange 緩和法によるスケジューリングで得られる結果では、必ずしも全ての制約は満たされていない。 H_1 は M の結果得られたスケジュールを走査し、上記の制約のいずれかを満たさない作業を先送りすることにより実行可能解を得る。この forward scheduling の計算量は、装置数が m 、平均の作業数が n のとき、 $O(mn)$ である。

実行可能解の導出アルゴリズム

op_{ij} : 製品 i の j 番目の作業
 t_{ij} : op_{ij} の処理時間
 m_{ij} : op_{ij} を実行する装置
 b_{ij} : op_{ij} の開始時刻
 g_{ijm} : op_{ij} の装置 m での段取りグループ番号
 $M(k, m)$: 時刻 k に装置 m が同時実行可能な作業数
 $G(m)$: 装置 m が前回実行した作業のグループ番号
time horizon : スケジュール期間の最終時刻

begin

作業リストを開始時刻順にソートする;
while (作業リストが空でない)

作業リストの先頭の作業 op_{ij} を取り出す;
if (m_{ij} が段取りあり装置 and $G(m_{ij}) \neq g_{ijm_{ij}}$)
 $t_{ij} :=$ 段取り時間 + 加工時間;
else
 $t_{ij} :=$ 加工時間;
endif;
 $b := b_{i,j-1} + t_{i,j-1}$;
while ($M(k, m_{ij}) = 0, \exists k$ for $b_{ij} \leq k \leq b_{ij} + t_{ij}$)
 $b := b + 1$;
end of while;
if ($b_{ij} < b$)
 $b_{ij} := b_{ij} + 1$;
作業リストを開始時刻順にソートする;
else
 op_{ij} を開始時刻 b でスケジューリングする;
if ($op_{ij}, op_{i,j+1}$ 間に無限バッファがある)
for $k = b_{ij}$ to $b_{ij} + t_{ij}$
 $M(k, m_{ij}) := M(k, m_{ij}) - 1$;
else
for $k = b_{ij}$ to time horizon
 $M(k, m_{ij}) := M(k, m_{ij}) - 1$;
endif;
if ($op_{i,j-1}, op_{ij}$ 間に無限バッファがない)
for $k = b_{ij}$ to time horizon
 $M(k, m_{i,j+1}) := M(k, m_{i,j+1}) + 1$;
endif
endif
end of while
end.

4 おわりに

本稿では有限バッファと段取りあり装置を考慮したジョブショップ問題の Lagrange 緩和法と heuristics を組合せた解法について述べた。実際のスケジューリングでよく用いられるこれらの要素に対応したことで、現実的なスケジューリング問題への対応が容易になった。

References

- [1] D.J.Hoijtmt, et al. "A Practical Approach to Job Shop Scheduling Problems," IEEE Transactions on Robotics and Automation, pp.1-13, 1993.
- [2] Luh, P., et al. Job shop scheduling with feature-dependent setups, finite buffers, and long time horizon. Submitted
- [3] 加納敏行, et al. Lagrange 緩和法によるスケジューリングの実用化 (1) 問題の抽象化と解の具体化. 日本 OR 学会秋季研究発表会, 1995