

## 推定を併用したパイナリAHP一対比較行列の作成

01404360 日本大学 西澤一友 NISHIZAWA Kazutomo

### 1. はじめに

本研究はパイナリAHP（優れている：任意の正の整数 $\theta$ 、劣っている： $1/\theta$ の2値のみで評価する）において、一対比較行列を作成する場合、推定を併用して実際に行う比較の回数を減らそうとするものである。

前回の報告<sup>(1), (2)</sup>では、不完全情報の一対比較行列に対して欠落した要素を推定する方法を提案した。

本報告では、この推定方法を併用してパソコンを使い対話形式で一対比較行列を作成する方法を示す。さらに、乱数によるシミュレーションを行い、推定の効果を調べた。その結果、大幅な比較回数の減少が確かめられた。

### 2. 一対比較行列作成方法

まず、推定の基本的な考え方を示す。たとえば3つの代替案*i, j, k*で*i*と*j*のみ比較が行われ、*i*が*j*よりも優れていたとする。*i, j, k*の関係を図1に示す。

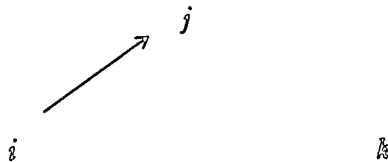


図1 *i*と*j*を比較

さらに、*j*と*k*の比較が行われ、*j*が*k*よりも優れていると判断されたとき、図2のように示される。

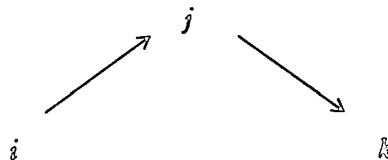


図2 *i*と*j*、*i*と*k*を比較

図2より*i*と*k*の比較をしなくても*i*は*k*よりも優れていると推定できる。すなわち、図3のように*i, j, k*で三段論法が成り立つように、言い換えれば、長さ3のサイクルを作らないようにすればよい。*k*は*i*よりも優れている

と推定するとサイクルを作り三段論法が成り立たず整合性が悪くなる。

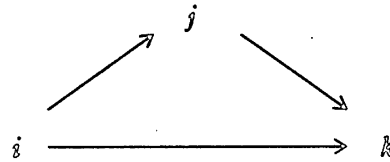


図3 *i*と*k*を推定

このように、代替案が*n*個の場合には長さ3から長さ*n*までのサイクルを作らないように推定すればよい。

このような推定を併用して、パソコンと対話形式で一対比較行列を作成する手順を以下に示す。

- (1) 大きさ*n* × *n*の行列を用意する。
- (2) 乱数により比較する代替案を2つ決定する。
- (3) 一対比較した結果を入力する。
- (4) 推定を行う。
- (5) すべての比較が得られるまで(2)から(4)を繰り返す。

### 3. シミュレーションの方法

前述の推定を併用した方法の効果をパソコンを使ったシミュレーションにより調べる。上記の一対比較行列を作成する手順のうち、(3)の一対比較の結果も乱数により決定する。シミュレーションでは一対比較行列の大きさをいろいろ変えて、それぞれいくつかの一対比較行列を作り、1つの一対比較行列が完成するまでの最小比較回数、最大比較回数および平均比較回数を求める。

### 4. シミュレーション結果

前述のシミュレーション方法により、一対比較行列の大きさを5から50まで変えて、乱数を用いて各大きさごとの一対比較行列を1000通り作成した。全比較回数、そのとき得られた最小比較回数、最大比較回数、平均比較回数を図4に示す。また、それらの主な数値を表1に示す。

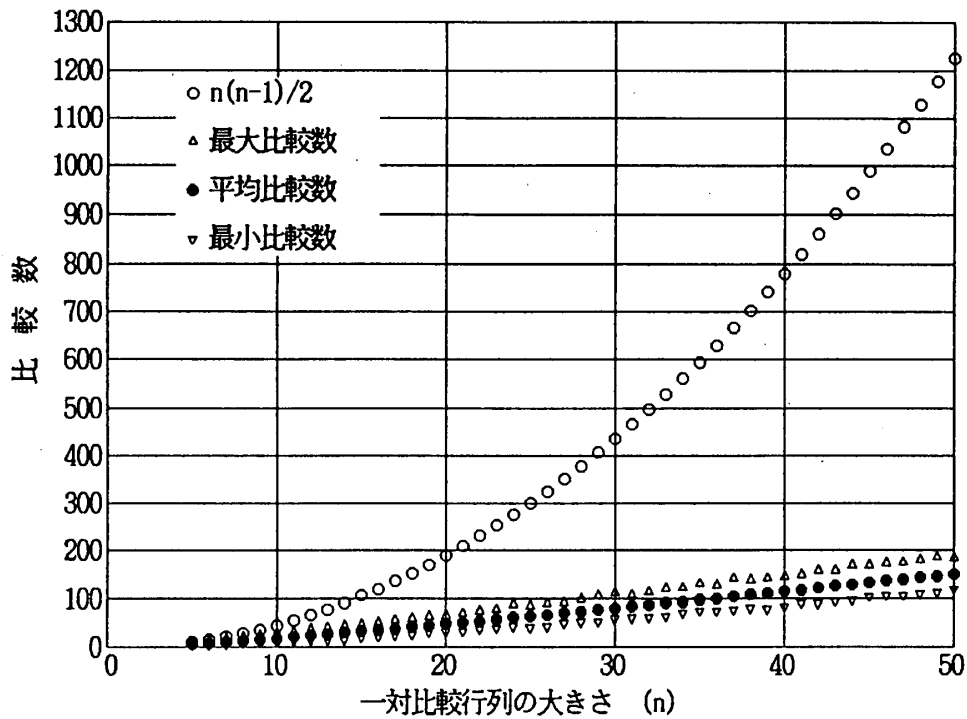


図4 シミュレーション結果

表1 結果の主な数値

n	比較回数			
	全	最小	平均	最大
5	10	4	6.36	10
10	45	10	18.61	29
15	105	20	32.51	46
20	190	31	47.49	66
25	300	40	63.61	85
30	435	58	80.27	111
35	595	75	97.06	131
40	780	83	113.96	145
45	990	103	131.91	169
50	1225	119	149.52	185

図4と表1より、一対比較行列の大きさ  $n$  が小さいうちは推定の効果はあまり見られないが、 $n$  が大きくなるに従って比較回数が減っていることがわかる。たとえば  $n=5$  のとき最大比較回数は全比較回数と同じで推定の効果は無いが、 $n=50$  では最大比較回数は全比較回数の約  $1/6$  となっている。

一方、図4より、一対比較行列の大きさごとの最大比較回数の解釈として、ランダムに最大比較回数と同じ数の一対比較があれば、残りの比較は推定で

きると考えられる。

### 5. 結論

不完全情報を推定する方法を一対比較行列の作成に応用した。パソコンによるシミュレーションの結果、次のことが得られた。

(1) 推定の併用により実際に行う一対比較の回数が大幅に減少することが確かめられた。

(2) 比較回数の減少は一対比較行列の大きさが大きくなるほど顕著である。

(3) 各大きさごとの最大比較回数がすべての欠落要素を推定できる限界値と思われる。

(4) 代替案が多い場合に、手作業で作成するよりも比較的容易に一対比較行列を作ることが可能となった。

### 参考文献

[1] 西澤一友：バイナリ AHP における不完全情報の整合性と推定、1993年日本OR学会秋季研究発表会アブストラクト集、pp222-223(1993).  
 [2] 西澤一友：バイナリ AHP における不完全情報の推定、1994年日本OR学会秋季研究発表会アブストラクト集、pp38-39(1994).