係数間の関係とファジィ解を考慮した対話型多目標計画問題の一解法

02401460　東京理科大学　°生田目 崇　NAMATAME Takashi
01701440　東京理科大学　山口 俊和　YAMAGUCHI Toshikazu

1　はじめに

これまでに，さまざまなタイプのファジィ数理計画法の定式化や解法が提案されてきた．しかし，そのほとんどは係数や目標に曖昧さを認めながらも，解そのものは確定値で得られるものである．曖昧さを含んだ解を得る方法は田中ら，坂和ら，高野ら，太田らによって提案されている．

一方，ファジィ数理計画法では，そのファジィ数同士の従属関係が記述できないという問題がある．これに対して，Ramík ら，乾口ら，太田らがファジィ数の従属関係を考慮する方法を提案している．

本研究では，高野ら [2] の解の形状を仮定しない方法をもとに，係数間の関係を考慮するために，ファジィ数によるシナリオ分解を取り入れた対話型解法を提案する．

2　係数間の関係について

これまでにファジィ数の従属関係を表すいくつかの方法が提案されている．通常のシナリオは有限個の離散値で与えられるが，本研究では太田ら [3] の提案したファジィ数によるシナリオ分解を用いる．こうすることで，シナリオ数が少数ですむ．

$$\tilde{A} \rightarrow \tilde{A}_1, \tilde{A}_2, ..., \tilde{A}_q, ..., .\tilde{A}_Q \tag{1}$$

3　提案する方法

3.1　定式化

本研究では台形ファジィ数を対象とし，メンバシップ関数値が 1 である上下限値とそこからの幅の 4 つのパラメータを用いて表す．ファジィ数$\tilde{B}_i$は次のように記述する．

$$\tilde{B}_i = (b_i^L, b_i^U, b_i^{LS}, b_i^{US})_{LR} \tag{2}$$

本研究では，目標と制約条件を同じレベルで考えた対称型のファジィ多目標計画問題を扱う．「だいたい ~ 以上にしたい」$(i \in I_1)$,「だいたい ~ 以下にしたい」$(i \in I_2)$,「だいたい ~ くらいにしたい」$(i \in I_3)$ の 3 つの場合にわけて定式化すると次のようになる．

【P1】

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{A}_{ijq} \otimes \tilde{X}_{jq} \gtrsim \tilde{B}_{iq} \quad (i \in I_1) \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{A}_{ijq} \otimes \tilde{X}_{jq} \lesssim \tilde{B}_{iq} \quad (i \in I_2) \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{A}_{ijq} \otimes \tilde{X}_{jq} \eqsim \tilde{B}_{iq} \quad (i \in I_3) \tag{5}$$

$$\tilde{X}_{jq} \geq 0 \tag{6}$$

ここで各目標の各シナリオに対して，必要レベルと十分レベルを与えてもらう [1]．$i \in I_1$の場合，b^Lが必要レベル，b^Uが十分レベルとなる．$i \in I_2$ の場合はその逆になる．$i \in I_3$の場合には次のようにすることでI_1, I_2に帰着することができる．

$$\tilde{B}_{iq}^- \lesssim \sum_{j=1}^{n} \tilde{A}_{ijq} \otimes \tilde{X}_{jq} \lesssim \tilde{B}_{iq}^+ \quad (i \in I_3) \tag{7}$$

要求水準$\tilde{B}_i$が台形型ファジィ数であるということは，意思決定者がこの水準を明確に想定できないことを意味している．

3.2　αレベル集合に基づく定式化

任意のファジィ数のαレベル集合は閉区間になり，次のように表記する．

$$B_i^\alpha = [b_{Li}^\alpha, b_{Ri}^\alpha] \tag{8}$$

【P1】はαレベル集合を用いることで次の区間数を持つ問題に定式化できる．

【P2】

$$\tilde{B}_{iq} \ominus \sum_{j=1}^{n} \tilde{A}_{ijq} \otimes \tilde{X}_{jq} \lesssim 0 \quad (i \in I_1 \cup I_3^-) \tag{9}$$

$$\tilde{B}_{iq} \ominus \sum_{j=1}^{n} \tilde{A}_{ijq} \otimes \tilde{X}_{jq} \gtrsim 0 \quad (i \in I_2 \cup I_3^+) \tag{10}$$

この問題の係数は区間で与えられている．区間数の不等式を扱う方法として石渕，田中の「不等式の成り立つ度合

° 東京理科大学大学院工学研究科経営工学専攻
〒162 東京都新宿区神楽坂 1-3
E-mail: namatame@ms.kagu.sut.ac.jp

い」[4]を用いる．ここでは不等式の成立状態を線形メンバシップ関数で与えている．すると【P2】の不等式のメンバシップ関数値$\mu^{\alpha}_{Ei}(\boldsymbol{x})$は次の式で与えられる．

$$\mu^{\alpha}_{Ei}(\boldsymbol{x}) = \frac{b^{\alpha}_{Riq} - \boldsymbol{a}^{\alpha}_{Liq}\boldsymbol{x}^{\alpha}_{Lq}}{b^{\alpha}_{Riq} - \boldsymbol{a}^{\alpha}_{Liq}\boldsymbol{x}^{\alpha}_{Lq} - b^{\alpha}_{Liq} + \boldsymbol{a}^{\alpha}_{Riq}\boldsymbol{x}^{\alpha}_{Rq}}, \quad (i \in I_1 \cup I_3^-) \quad (11)$$

$$\mu^{\alpha}_{Ei}(\boldsymbol{x}) = \frac{-b^{\alpha}_{Liq} + \boldsymbol{a}^{\alpha}_{Riq}\boldsymbol{x}^{\alpha}_{Rq}}{b^{\alpha}_{Riq} - \boldsymbol{a}^{\alpha}_{Liq}\boldsymbol{x}^{\alpha}_{Lq} - b^{\alpha}_{Liq} + \boldsymbol{a}^{\alpha}_{Riq}\boldsymbol{x}^{\alpha}_{Rq}}, \quad (i \in I_2 \cup I_3^+) \quad (12)$$

3.3 対話による解の導出

まず$\alpha = 1$のαレベル集合について対話形式に満足解を求め，その解をもとに他のαレベル集合に拡張する．

不等式のメンバシップ関数について次の問題を考える．

【MMOPS(1, q)】
最大化

$$\lambda_q \quad (13)$$

制約条件

$$\mu^1_{Eiq}(\boldsymbol{x}_q) \ge \lambda_q \quad (i \in I) \quad (14)$$

$$x^1_{Rjq} - x^{\alpha}_{Liq} \le \theta_{jq} \quad (j = 1, 2, ..., n) \quad (15)$$

$$x^1_{Rjq} \ge x^1_{Liq} \ge 0 \quad (j = 1, 2, ..., n) \quad (16)$$

ただし，$\theta_{jq}(\ge 0)$は閾値，$I = I_1 \cup I_2 \cup I_3^- \cup I_3^+$である．

この問題は2分法と2段階単体法の第1段階の併用で解くことができる．

それぞれのシナリオについて解を求め，それらの発生確率を乗じた和を解とする．しかし解に満足できない場合に，対話の内容として次のようなもの考える．

(1) シナリオに対する要求水準の変更
(2) 不等号のメンバシップ関数値の固定
(3) 仮想的な十分レベルの増加減による不等式間のウェイト付け
(4) 目標間の順位付け

4 他のαレベル集合への拡張

高野らは$\alpha = 1$のαレベル集合での解に対する不等式のメンバシップ関数値が任意のαレベル集合において満足することを求めている．この考えに基づくと次の様に定式化できる．【MMOPS(1, q)】の満足解を$\boldsymbol{x}^*_q$とする．解は各シナリオの発生確率を各解に乗じた和となる．

【MMOPS(α, q)】
最小化

$$P_1\delta_q + P_2\eta_q \quad (17)$$

制約条件

$$\mu^{\alpha}_{Eiq}(\boldsymbol{x}_q) + d^-_{iq} - d^+_{iq} = \mu^1_{Eiq} \quad (i \in I) \quad (18)$$

$$d^-_{iq} \le \delta_q \quad (i \in I) \quad (19)$$

$$x^{\alpha}_{Rjq} - x^{\alpha}_{Ljq} \le \eta_q \quad (j = 1, 2, ..., n) \quad (20)$$

$$x^{\alpha}_{Rjq} - x^{\alpha}_{Ljq} \le \theta_{jq} \quad (j = 1, 2, ..., n) \quad (21)$$

$$x^{\alpha}_{Ljq} \le x^{\alpha'}_{Ljq} \quad (j = 1, 2, ..., n) \quad (22)$$

$$x^{\alpha}_{Rjq} \ge x^{\alpha'}_{Rjq} \quad (j = 1, 2, ..., n) \quad (23)$$

$$x^{\alpha}_{Rjq} \ge x^{\alpha}_{Liq} \quad (j = 1, 2, ..., n) \quad (24)$$

$$d^+_{iq}, d^-_{iq} \ge 0 \quad (i \in I) \quad (25)$$

ただし，$\alpha < \alpha'$

P_1, P_2は絶対順位係数である．この問題で関心のある全てのαについて解を求める．もし$\delta > 0$ならば閾値を変更するか，要求水準を変更する．

5 おわりに

本研究では，ファジィ解と係数間の関係を考慮した多目標計画法を提案した．ここでは高野らの解法を取り入れているが，今後このほかの方法と組み合わせてゆくことも考えられる．

参考文献

[1] 伏見多美雄，福川忠昭，山口俊和：「経営の多目標計画」，森北出版 (1987).

[2] 高野康浩，山口俊和："ファジィ解を考慮した対話型多目標計画法"，オペレーションズ・リサーチ誌，Vol.37, No.12, pp.603–610(1992).

[3] 太田英一，山口俊和，高野康浩："係数間の関係を考慮したファジィ多目標計画法"，日本ファジィ学会誌，Vol.6, No.1, pp.166–176(1993).

[4] 石淵久夫，田中英夫："区間係数を持つ線形計画問題の定式化とその解析"，日本経営工学会誌，Vol.40, No.5, pp.320–329(1989).