

## 組合せ最適化問題に対する相互結合型ニューラルネットワーク におけるカオスノイズの効果

02202330      中央大学大学院理工学研究科 島川陽一\*      YOUICHI Shimakawa

### 1 はじめに

ニューラルネットワークを利用して最適化問題を解くことは、適切に定義されたエネルギー関数の最小化を行なうことに他ならない。この場合にエネルギー関数に存在する多くの極小に捕らわれてしまうことが大きな問題である。これを回避する方法としてシミュレーテッドアニーリングやボルツマンマシンといった、極小から抜け出すのに必要な強さのノイズを加える確率的手法が考案されている [6]。確率的手法の多くは white ノイズを加えるスケジュールを工夫して、如何に効果を上げるかを考察する。一方、生物物理と化学の分野では多安定系において時間相関のあるノイズについて研究されている。カオスのような時間相関のあるノイズは極小に捕らわれたニューラルネットワークをその準安定状態から抜け出させるのに効果的である [7] [8]。ここでは、カオス振動子をもった簡単なカオスニューラルネットワークモデルを考え、典型的な組合せ最適化問題である巡回セールスマン問題 (TSP) に適用することでカオス的ノイズの効果を検証する。

### 2 ダイナミクス

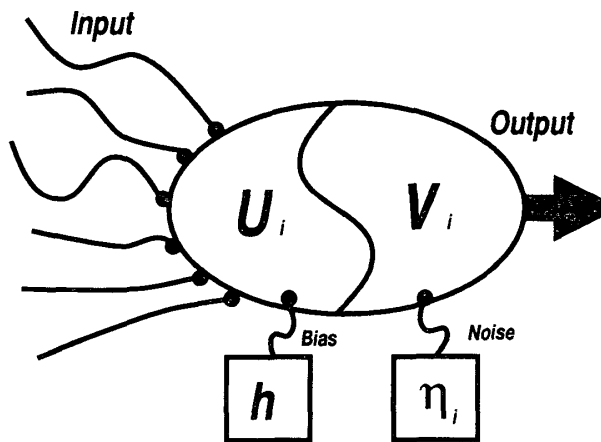


図 1: ノイズ発生器を持ったニューロンの概念図

ここで用いるカオスニューラルネットワークは Hopfield-Tank のアナログモデルを拡張したものと、ノイズ発振子によって構成される。ニューロン間の結合係数は Hopfield のものを少し変更したものをを用いる。

$$u_i^{n+1} = \Delta t \left( \sum_j W_{ij} V_j + h \right) + (1 - \Delta t) u_i^n \quad (1)$$

$$V_i^n = f(u_i^n + A \eta_i^n) \quad (2)$$

式 1 において、 $u_i^n$  はニューロン  $i$  の時間  $n$  における状態であり、 $V_i^n$  はニューロン  $i$  の出力を表す。ニューロン同士はシナプス結合の係数  $W_{ij}$  で相互結合され、ニューロンの状態は  $\Delta t$  ごとに更新される。 $f$  は閾値関数である。ノイズ  $\eta_i^n$  は規格化され、それぞれのニューロンの  $u_i^n$  に加えられる。 $A$  はノイズの係数であり、効果が現れるように調整される。

ここでは比較のため 2 つの種類のノイズを考え、それぞれについてのネットワークのパフォーマンスを検証する。

- ケース 1: ロジスティックマップ  
 以下の写像をノイズとして使用する。

$$x_i^{n+1} = a x_i^n (1 - x_i^n) \quad (3)$$

ここで、 $a \in [0, 4]$  は写像のコントロールパラメータであり、すべてのニューロンについて  $a$  は同じ値を使用する。また、すべてのノイズ発振子は同じ動作規則で動くが、初期値は違うものとする。

- ケース 2: 一様分布乱数  
 ノイズとして、 $x_i \in [0, 1]$  の一様分布乱数を用いる。この乱数には相関がない。

$$\langle x_i^n x_j^m \rangle = Q \delta_{i,j} \delta_{n,m} \quad (4)$$

ここで  $Q$  は任意定数である。

定量的な比較をするために、これらのノイズリソースから得られたデータを次のような手順で規格化する。

$$\eta_i^n = \frac{x_i^n - \langle x \rangle_n}{\sigma} \quad (5)$$

ここで  $\sigma$  は  $n$  についての平均から求められる  $x$  の標準偏差であり、次式によって与えられる。

$$\sigma_i^2 = \langle (x^n - \langle x \rangle_n)^2 \rangle_n \quad (6)$$

ノイズ発振子を持たない通常の Hopfield モデルでは、シナプス結合係数  $W_{i,j}$  は対称であり、フィードバックを持たない。このようなダイナミクスでは、良く知られているように、エネルギー関数が定義できる。

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} W_{i,j} V_i V_j - h \sum_i V_i + \sum_i \int_{1/2}^{V_i} f^{-1}(v) dv \quad (7)$$

TSP に対して適当なエネルギー関数を定義してやると、シナプス結合係数が得られる。ここでは [1] で使われているものをそのまま使用する。

\*simakawa@taguchi-lab.ise.chuo-u.ac.jp

### 3 数値実験

#### 3.1 都市の配置

数値実験では図2に示すように10都市問題を12用意した。

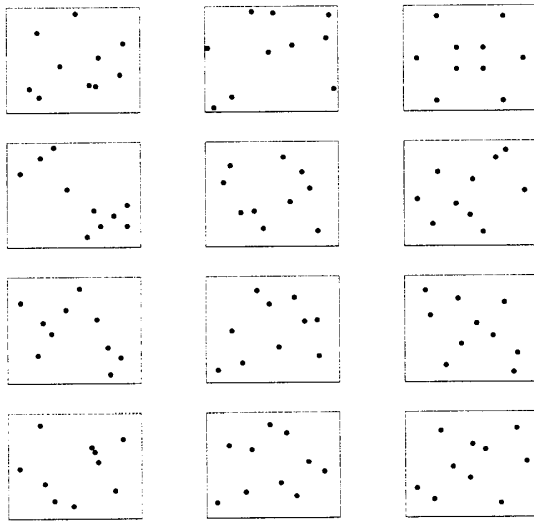


図2: 都市配置図

#### 3.2 パラメータ

最適解の探索に対するノイズの効果を調べるために、エネルギー関数  $E$  における係数の中で、バイアス  $h$ 、ノイズの振幅  $A$ 、ノイズの性質自身に注目した。white ノイズに対しては  $h$  と  $A$  の詳細な調査を行ない、得られた最も良い結果を採用した。また、カオスノイズでは、まず、コントロールパラメータ  $a$  を 3.81 に固定して、バイアス  $h$  の最良な値を決定し、そして、振幅  $A$  とコントロールパラメータの詳細な調査を行なった。また、 $\Delta t = 0.1$  とした。

#### 3.3 評価方法

一回の試行では、ネットワークに適当な初期値を与え2000ステップの状態更新をおこなう。ネットワークの時間発展中の状態を1000ステップ以降2000ステップまで観測し、ここで現れる最適解のステップ数をカウントする。試行は複数回行ない、すべての試行における観測されたネットワークのステップ数を total step とし、最適解の総ステップ数を  $opt$  とする。これを以下の式で評価する。

$$Pos = \frac{opt}{total\ step} \times 100 \quad (8)$$

$Pos$  は極小から抜け出した指標と見ることができる。

### 4 結果の考察

#### 4.1 カオスノイズの特徴

$Pos$  は  $a$  がバンド融合点 ( $a_{BM} \cong 3.68$ ) を越えたところから上がりはじめる。 $a$  が 3.86 より3周期ウィンドウがはじまるが、この間は  $Pos$  は極端に悪くなる。それ以外では良好な結果を得ている。特に3周期ウィンドウの直前では、一番良い値を得ている。また、 $a$  が4に近づくとつれて値の低下が見られる。

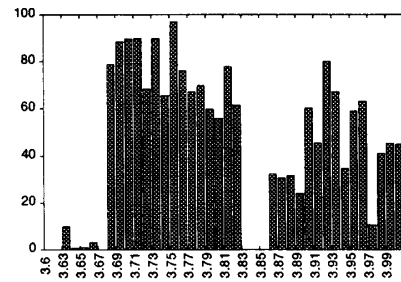


図3: カオスノイズにおけるコントロールパラメータとパフォーマンス

(縦軸は  $Pos$ 、横軸はコントロールパラメータ  $a$ )

表1: white noise と chaos noise における  $Pos$

問題	white noise	
	white noise	chaos noise
都市配置図 A	69.9%	97.1%
都市配置図 B	6.1%	40.0%
都市配置図 C	87.5%	99.5%
都市配置図 D	99.5%	100%

#### 4.2 white ノイズとの比較

表1にwhiteノイズとの比較を示す。表からchaosノイズは若干良いパフォーマンスを示していることがわかる。これは、ノイズの持つ時間相関が系を極小から抜け出させる効果を持つものと考えられる。現在、これらのノイズのFFTを計算し、カオスに近い時間相関性を持たせるノイズを発生させ、これが極小脱出にどのような効果を及ぼすか検討中である。

### 参考文献

- [1] J.J.Hopfield & D.W.Tank :1985, *Biol. Cybern.*, 52, 141
- [2] Yoshinori Hayakawa, Atsushi Marumoto & Yasui Sawada: 1995, *Phys. Rev. E*, R2693, V51N4
- [3] G.V.Wilson & G.S.pawley : "On the Stability of the Travelling Salesman Problem Algorithm of Hopfield and Tank", 1988, *Biol. Cybern.*, 58, 63
- [4] H.Nozawa: "カオスと組合せ最適化", 1993, 数理学, No363, 24-31
- [5] 合原幸一: "ニューラルシステムにおけるカオス", 1993, 東京電気大学出版局
- [6] P.J.M.van Laarhoven & E.H.L.Aarts. :1987, *Simulated Annealing : Theory and Applications* (Reidel, Dordrecht).
- [7] M.O.Magnasco: 1993, *Phys. Rev. Lett.*, 71, 1477
- [8] T.Hondou: 1994, *J. Phys. Soc. Jpn.*, 63, 2014