

DEAによるオプション市場の効率性評価

申請中 東京理科大学 波多野和人* HADANO Kazuhito
02401460 東京理科大学 生田目 崇 NAMATAME Takashi
01701440 東京理科大学 山口 俊和 YAMAGUCHI Toshikazu

1 はじめに

近年の金融の自由化・国際化により、リスクヘッジや投機を目的として、様々な金融商品が開発され現実に売買されてきている [3]。デリバティブ（金融派生商品）もその一つで、その価格が原資産価格などの値によって定められるものをいう。本発表では、デリバティブの中で代表的なオプションを取り扱い、オプション市場の効率性を、多入力多出力系システムの相対的効率性を評価する方法であるDEA (Data Envelopment Analysis) [2]により評価する。

DEAの特徴として、第一に、効率を一つの値で評価することが挙げられる。これは、多入力多出力系システムに対して総合的な評価ができることを表している。第二に、分析対象を効率・非効率に区別し、非効率的なものに対しては改善目標を提示できることである。第三に、現状の最良の業績を基準にしながら、相対的な評価を行っている。さらに、データに分布の仮定がないことである。すなわち、ノンパラメトリックな分析であることである。

なお、本発表ではさまざまなDEAのモデルの中で加法モデル (Additive Model) を使用する。加法モデルでは、効率的フロンティアに対してスラックがない場合に効率的、スラックがある場合に非効率的と評価できる。

2 加法モデル

DEAの加法モデルは次のように定式化される [1]。

* 東京理科大学大学院工学研究科経営工学専攻
〒162 東京都新宿区神楽坂1-3
E-mail: hadano@ms.kagu.sut.ac.jp

【Additive model】

最大化

$$\sum_{i=1}^m s_{ia}^- + \sum_{r=1}^k s_{ra}^+ \quad (1)$$

制約条件

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_{aj} = X_{ia} - s_{ia}^- \quad (i = 1, \dots, m) \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_{aj} = Y_{ra} + s_{ra}^+ \quad (r = 1, \dots, k) \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_{aj} = 1 \quad (4)$$

$$s_{ia}^- \geq 0 \quad (i = 1, \dots, m) \quad (5)$$

$$s_{ra}^+ \geq 0 \quad (r = 1, \dots, k) \quad (6)$$

$$\lambda_{aj} \geq 0 \quad (j = 1, \dots, n) \quad (7)$$

上の式で、 X_{ij}, Y_{rj} はそれぞれDMU_jの*i*番目の入力値と*r*番目の出力値であり、 λ_{aj} はDMU_jに対するウェイト、 s_{ia}^-, s_{ra}^+ は入力*i*、出力*r*に対するスラックを表している。

加法モデルでは、偏差の和の最大化を目的関数にしており、目的関数が0の場合、そのDMUは効率的フロンティア上にあり、D効率的なDMUと評価できる。

加法モデルの長所として、次の2点が挙げられる。まず、入出力項目それぞれの削減あるいは拡大を同時に考慮しているため、制御不能項目によってかかる負担が少なくなるということである。また、データにある定数を加えても、削減あるいは拡大する量は変化しない (Translation Invariance) ので、データが負の値を持つ場合でも、その項目が正になるような値をすべてのDMUに加えることで改善案を求めることができる。

3 オプション市場の効率性評価 4 おわりに

オプションの価格決定のプロセスを、価格を決定する様々な要因を入力し、オプション価格を出力とするような一つのシステムと考え、加法モデルに基づきオプション市場の効率性を評価する。対象とするオプションをDMUとする。本発表では、オプション価格に影響を与える要素のうち確定値としてとらえられる株価、行使価格、満期までの満期時間を入力項目とし、実際の市場でのコール価格、プット価格を出力項目とする。

一般に株価が高くなると、コール・オプションの価値は上昇し、逆にプット・オプションの価値は下落する。また、行使価格が高いほどコール・オプションの価値は低くなり、プット・オプションについてはその逆になる。満期までの時間は長いほど、プット、コール、双方のオプションもその価値は高くなる。

本発表の場合、3入力2出力のDEAの加法モデルとなる。この問題を解いた結果、非効率的なDMU（つまりオプション銘柄）が存在するならば、裁定機会が存在することを意味し、オプション市場は効率的ではないこととする。ここで、裁定機会とは、2つ以上の市場で同時に取り引きを行うことにより、無リスクで利益を獲得する機会のことをいう。逆に、すべてのDMUが効率的と評価されるならば、裁定機会は存在せずオプション市場は効率的であるものとする。

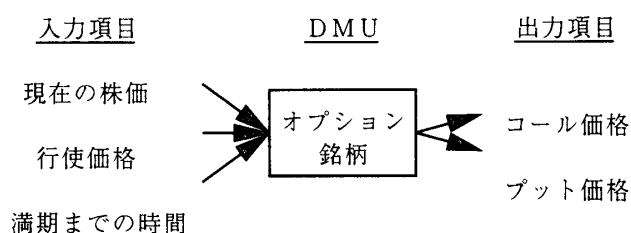


図1: 市場の効率性評価

用いるデータとしてはCBOE市場のデータで、特に売買有名な銘柄を扱う。結果については当日報告する。

本発表では、DEAを用いたオプション市場の効率性評価の方法を提案した。この方法で得られる効率的フロンティアは、オプションの供給者側に有利なものとなっている。しかし逆に、需要者側に有利な効率的フロンティアも同様な考え方によって導くことができる。そこで、今後の展開としては、供給者側と需要者側の相互の効率的フロンティアで囲まれた領域を均衡可能領域と定義し、その領域内のどこで均衡するのかを考察することである。

この均衡状態とは、これら2つの効率的フロンティア間の面同士の最小距離の midpoint を結ぶ推移となる。最小距離を取るの、最も容易に実現可能であり、また midpoint をとるのは、市場が完全であることを前提にトレードオフ関係から互いに効果が相殺しあうからである。

参考文献

- [1] A.Charnes et. al.: “Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopmans Efficient Empirical Production Functions”, *Journal of Econometrics*, Vol.30, pp.91-107(1985).
- [2] A.Charnes et. al.: *Data Envelopment Analysis, Theory, Methodology and Applications*, Kluwer Academic Publishers(1994).
- [3] J. C. Hull(三菱銀行商品開発室訳): 「フィナンシャル・エンジニアリング」、社団法人金融財政事情研究会 (1992).
- [4] J. C. Hull and A. White, “The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities”, *Journal of Finance*, Vol.42, pp.281-300 (1987).