

DEA と Goal Programming を用いた確率フロンティア費用関数の推定

～AT&T 分割への適用～

01205520	東京理科大学	末吉 俊幸	SUEYOSHI Toshiyuki
02102710	東京理科大学	*木下 正賢	KINOSHITA Masataka
02102730	東京理科大学	*毛海 茂樹	KEUMI Shigeki

1. 導入

本論文は DEA と Goal Programming (GP) を用いた独自のアプローチを用いて 1984 年に行われた AT&T 分割についての実証研究を行う。

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{r0}, \quad r = 1, \dots, s, \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\text{and } \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

2. 本論文の概要

AT&T (American Telephone and Telegram) 分割研究を行なった Evans と Heckman は、費用関数をトランスログ形式で近似し、統計上の誤差要素 ($\varepsilon = v$) を仮定して規模の効率性を測定した結果、Bell システムに自然独占は存在しないという結論を得た。一方 Charnes, Cooper, Sueyoshi は、同じ費用関数に経営上の誤差 ($\varepsilon = u$) を仮定し、目標計画法/制約回帰 (GP/CR) を適用したが、誤差項に関する仮定の違いから前者とは異なる結論を得た。そこで本論文は、この 2 つの独立な誤差成分 ($\varepsilon = u + v$) を同時に含む確率フロンティア費用関数を用いてアプローチを行う。

本論文は、確率フロンティア費用関数を 2 段階で推定する。第 1 段階では DEA を用いて技術効率性 (TE) と配分効率性 (AE) を測定し、第 2 段階で、DEA の結果と GP/CR により v の絶対乖離度を最小化するという尺度で費用関数のパラメータを推定する。

3. 本論文で扱う DEA モデル

DEA において、ある DMU₀ の効率性は、以下の定式化により決定される。

$$\begin{aligned} \text{Min } & \theta \\ \text{s.t. } & - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + \theta x_{i0} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, \end{aligned}$$

ここで $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ は、全データ点を包含する Convex hull を形成するベクトルである。この最適解 θ^* は技術効率性 (TE) を表し、経営誤差 u は C (観測値) $- C^*$ (最小コスト) で定義され、次のように測定される。

$$u = C - C^* = C(1 - C^*/C) = C(1 - OE),$$

ここで $OE = C^*/C$ は、全体効率性である。また、 $OE = TE \times AE$ であるので $u = C(1 - TE \times AE)$ と表せる。本論文では入力価格に関する情報が用意されており、(1)式は TE を測定するために使い、 u や OE の測定には以下の DEA コストモデルを使用する。

$$\text{Min } \sum_{i=1}^m p_{i0} x_i$$

$$\text{s.t. } - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{r0}, \quad r = 1, \dots, s, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1,$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m.$$

$p_0 = (p_{10}, \dots, p_{m0})^T$ は具体的な DMU のもつ価格

ベクトルである。(2)式より DMU₀ の OE は、

$$OE = P_0 X^* / P_0 X_0 = \left(\sum_{i=1}^m p_{i0} x_i^* \right) / \left(\sum_{i=1}^m p_{i0} x_{i0} \right),$$
と測定される。また u は $u = C(1 - OE)$ により分析的に測定され、AE は $AE = OE / TE$ により測定される。

4. 目標計画法/制約回帰 (GP/CR)

さらに本論文は、費用関数の推定パラメータを導き出すために GP/CR を用いる。ここで、本研究で用いられる費用関数は次のように表現される。

$$C = \exp[f(P, Y) + v] + u$$

これにより、以下の等式が成り立つ。

$$C^* = C - u = \exp[f(P, Y) + v], \quad \ln C^* = f(P, Y) + v$$

ここで、 $f(P, Y)$ は費用関数の関数形態である。

$$f(P, Y) = \alpha + \sum_i \alpha_i \ln p_i + \sum_r \beta_r \ln y_r + 1/2 \sum_i \sum_q \gamma_{iq} \ln p_i \ln p_q + 1/2 \sum_r \sum_l \delta_{rl} \ln y_r \ln y_l + \sum_i \sum_r \zeta_{ir} \ln p_i \ln y_r,$$

p_i と p_q は i, q 番目の入力価格、 y_r と y_l は r, l 番目他のアルファベットは費用関数の推定パラメータであり、3つの正規状態を満たしている。最初は入力価格の線形同次性である。

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i = 1, \sum_{i=1}^m \gamma_{iq} = 0, \text{ and } \sum_{i=1}^m \zeta_{ir} = 0,$$

2番目の状態は、入力価格の対称性である。

$$\gamma_{iq} = \gamma_{qi}$$

3番目の状態は、非正の価格弾力性である。

$$\gamma_{ii} \leq S_i(1 - S_i), \quad i = 1, \dots, m,$$

ここで S_i はコストシェア等式を表している。

$$S_i = g_i(P, Y) = \alpha_i + \sum_{q=1}^m \gamma_{iq} \ln p_q + \sum_{r=1}^s \zeta_{ir} \ln y_r,$$

(3)式と3つの正規状態を用いて、本論文は以下の GP/CR モデルを利用してパラメータの推定を行う。

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n (\delta_j^+ + \delta_j^-) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (d_{ij}^+ + d_{ij}^-)$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & f_j(P, Y) + \delta_j^+ - \delta_j^- = \ln C_j^*, \\ & g_{ij}(P, Y) + d_{ij}^+ - d_{ij}^- = S_{ij}^*, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\delta_j^+, \delta_j^-, d_{ij}^+, d_{ij}^- \geq 0,$$

$$i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n,$$

ここで、 δ_j^+ と δ_j^- ($j = 1, \dots, n$) は $f_j(P, Y)$ の正と負の誤差変数である。本論文では、(4)式を用い、3つの正規状態を満たす $f_j(P, Y)$ や $g_{ij}(P, Y)$ の乖離度の絶対値を最小化するという尺度を用いている。

5. 確率フロンティア費用関数の計算過程

費用関数の計算過程は以下の通りである。

- STEP1. (2)式により、各データの最小コスト C^* とそのときの入力ベクトル X^* を求める。
- STEP2. C を C^* 、 S_i を $S_i^* = p_i x_i^* / C^*$ に変換する。
- STEP3. 全データについて(2)式を解いた後、STEP4へ進む。さもなければSTEP1に戻る。
- STEP4. (3)式における確率フロンティア費用関数のパラメータを(4)式を用いて測定する。

6. AT&T データ群への適用結果

本論文では、AT&T の2出力(域内と長距離電話サービス)を産出するための3入力(資本金、労働力、マテリアル)の31年分(1947~1977)のデータを使用する。DEAによると、AT&T ではAEとTEの両方が非効率的な年次が13ある。さらに、各入力値に対する入力価格を比較すると、労働価格が他の入力価格の約2倍の速さで増加している。つまり、AT&T は労働価格の急激な増加に対応するために従業員数を毎年減少させる必要があったと結論づけられる。

さらに本論文では、推定された3種類の費用関数を費用加法性の分析に適用した結果、確率フロンティア費用関数からは自然独占形成が示唆され、残り2つからはそれを否定する結果が導き出された。費用加法性に対するこうした見解の相違は、3つの費用関数の推定パラメータが異なった形状をつくり、費用加法性分析の結果に影響することに起因している。