

ソフトウェア保証に対する数理モデル

広島大学 *土肥 正 DOHI Tadashi
 広島修道大学 海生直人 KAIO Naoto
 広島大学 尾崎俊治 OSAKI Shunji

1. はじめに

コンピュータ社会の到来により、ソフトウェア製品の保守 (software maintenance) 技術を確立することは重要な課題となっている。事実、ソフトウェアの保守費用は開発費用を大きく上回っており、ソフトウェアのライフサイクル中に機能追加 (version up) や性能向上 (revision up) が頻繁に行われているのが現状である [1]。ソフトウェア保守は予防保守と事後保守に大別される。ソフトウェアの予防保守とは、(i) システム変更時などに予想されるソフトウェア不良 (故障) の予防修正、(ii) ソフトウェア製品の使用方法についての技術支援、(iii) ソフトウェアの機能追加などによる製品改良等に分類される。一方、ソフトウェアの事後保守とは、ユーザに提供した製品の不良原因を解明し、不良を修正することによりユーザのトラブルを解消するサービスのことを意味する。

ソフトウェアの保守サービスシステム (software warranty service system) を設計する場合、その保証期間を如何に設定するかが重要な問題となる。フィールドにおけるソフトウェア不良の発生頻度は不確実であり、保証期間があまりに長すぎると、ソフトウェア生産者 (software manufacturer: 以下 SM) にとって保守環境を継続的に維持するための費用が増加する。逆に、ソフトウェアの保証期間が短すぎると、ソフトウェアユーザ (software user: 以下 SU) のリスクが大きくなる。よって、ソフトウェア開発・検査工程で得られた故障データに基づいて、ソフトウェアの保証メカニズムを定量的に評価することが望まれている。

そこで本稿では、ソフトウェアの製品保証 (software product warranty) に対する数理モデルを提案し、ソフトウェアの保証メカニズムが SM ならびに SU に与える影響について調査する。提案されるモデルはハードウェアに対する従来の保証モデル [2] と類似しているが、(i) 事後保守によるソフトウェア製品の信頼度成長を考慮している点、(ii) ソフトウェアの修理時間に関する仮定を付加している点の特徴となっている。よって、文献において議論されてきた検査段階におけるソフトウェアの最適リリースモデル (例えば [3]) や、いくつかのソフトウェア保守モデル [4, 5] とは大きく異なることに注意されたい。最終的に、ここで提案されたモデルがソフトウェアの最適リリースモデルを特別な場合として含むことを示す。

2. ハードウェア保証モデルの概要

ここでは、非修理系アイテムの保証モデルについて述べる [2]。アイテムの寿命は連続で非負の確率変数であり、対応する確率分布関数と再生関数を、それぞれ $F(t)$, $M(t)$ とする。保証サービスの形態は、無償取替保証サービスとプロレタ取替保証サービスに分類される。保証期間 $T_F (> 0)$ の無償取替保証において、保証の更新がないものと仮定すれば、生産者の期待費用は

$$C_M = k_s \{1 + M(T_F)\} \quad (1)$$

となる。ここで、 $k_s (> 0)$ は製品の販売単価である。また、無償保証期間中の故障に対して $k_b (> 0)$ の単価で払い戻し

が行われる場合、生産者と消費者が被る期待費用は、それぞれ

$$C_M = k_s + k_b F(T_F), \quad (2)$$

$$C_C = k_b \{1 - F(T_F)\} \quad (3)$$

となる。

一方、プロレタ取替保証サービスとは、アイテムの故障が発生するまでの使用時間に応じて払い戻しが行われるサービスである。いま、保証期間を $T_P (> 0)$ とすれば、生産者の期待費用は

$$C_M = k_s + \int_0^\infty q(t) dF(t) \quad (4)$$

となる。ここで、 $q(t)$ はプロレション関数と呼ばれる払い戻し額であり、例えば

$$q(t) = \begin{cases} k_b(1 - t/T_P) & 0 \leq t < T_P \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \quad (5)$$

のような線形関数を考えれば、消費者の期待費用は

$$C_C = k_b \left\{ \int_0^{T_P} t dF(t) / T_P + 1 - F(T_P) \right\} \quad (6)$$

となる。

これに対して、修理系アイテムの保証モデル (例えば [6]) においては、通常、大修理と小修理のみが仮定されており、修理に要する時間は無視できるものとされている。そこで次節では、ソフトウェア製品の保証に着目し、修理の時間が製品の年齢に従属するようなモデルについて考察する。

3. ソフトウェア保証モデル

ソフトウェアのフィールドにおけるライフサイクル (寿命) $T_{LC} (> 0)$ は既知であるとし、無償修理保証サービス (FRWS) とプロレタ修理保証サービス (PRWS) の順でサービスを行うことを考える。特に、PRWS 期間において発生したソフトウェア不良に対しては、全修理費用の $100p\%$ ($0 \leq p \leq 1$) を SU が負担し、残りを SM が負担するとしよう。確率過程 $\{X(t), t \geq 0\}$ は時刻 t までのソフトウェア運用時間 (ユーザがソフトウェアを利用することが可能な時間) であり、FRWS と PRWS の期間は、それぞれ $t \in [0, T]$ ならびに $t \in (T, T_{LC}]$ である。また、FRWS と PRWS において、 $X(t) = x$ ($0 \leq x \leq T$ と $T < x \leq T_{LC}$) でソフトウェア不良が発見されたときの修理時間 (確率変数) をそれぞれ V_x と W_{x-T} のように表記する。

いま、ソフトウェアの不良は強度関数 $r(x)$ 、平均値関数 $R(x)$ の非定常ポアソン過程に従って発生すると仮定する。さらに、FRWS 期間と PRWS 期間での単位時間当りの修理費用を $k_R (> 0)$ および $k_G (> 0)$ とし、FRWS 期間中ソフトウェア保守チームを維持するために必要な単位時間当りの予防保守費用を $k_0 (> 0)$ とする。ここで、一般性を失うことなく $k_G > k_R$ とする。

このとき、FRWS 期間において SM に必要な期待保守費用は

$$V_{FRWS}^{SM}(T) = k_0 T + k_R \int_0^T E[V_x] r(x) dx \quad (7)$$

であり、PRWS 期間において SU と SM が被る期待保守費用は、それぞれ

$$V_{PRWS}^{SU}(T) = p k_G \int_T^{T_{LC}} E[W_{x-T}] r(x) dx, \quad (8)$$

$$V_{PRWS}^{SM}(T) = (1-p) k_G \int_T^{T_{LC}} E[W_{x-T}] r(x) dx \quad (9)$$

となる。よって、保証期間を通じて SM が必要とする総期待保守費用は

$$C(T) = V_{FRWS}^{SM}(T) + V_{PRWS}^{SU}(T). \quad (10)$$

次に、SM の総期待保守費用を最小にする保証期間 T^* を求めるために次の仮定をおく。

(A.1) 期待修理時間は、FRWS、PRWS それぞれの初期時刻からソフトウェア不良発生までの年令に比例する。つまり、

$$E[V_x] = \alpha_1 x + \beta_1, \quad (0 \leq x \leq T, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0).$$

$$E[W_{x-T}] = \alpha_2(x-T) + \beta_2, \\ (T < x \leq T_{LC}, \alpha_2 \geq 0, \beta_2 \geq 0).$$

(A.2) ソフトウェアの不良は指数型ソフトウェア信頼度成長モデル [3] に従って発生すると仮定する。つまり、

$$r(x) = ab \exp(-bx),$$

$$R(x) = a \{1 - \exp(-bx)\}.$$

ここで、パラメータ $a(>0)$ と $b(>0)$ は、ソフトウェア内に潜在する総期待フォールト数および残存フォールト 1 個当りの不良発見率をそれぞれ表す。

仮定 (A.1) におけるパラメータ $\alpha_i(>0)$ ($i=1,2$) は次のように解釈することが可能である。ソフトウェアの使用回数がパラメータ $\lambda_i(>0)$ のポアソン過程に従って生じし、ソフトウェアの使用時間がパラメータ $\mu_i(>0)$ の指数分布に従うと仮定すれば、 (λ_i, μ_i) は $M/M/1$ 型待ち行列の到着率と処理率を意味する。従って、ソフトウェアの使用時間を基本とした修理時間の変動部分に対する比例定数を $m_i(>0)$ とすれば、

$$\alpha_i = m_i \lambda_i / \mu_i, \quad (i=1,2) \quad (15)$$

と考えることができる。また、パラメータ $\beta_i(>0)$ は修理に要する固定時間を意味する。

仮定 (A.1) と (A.2) の下で、次のような非線形関数を定義する。

$$q(T) = k_0 + k_R E[V_T] r(T) + (1-p) k_G \\ \times \left\{ \int_T^{T_{LC}} \frac{\partial E[W_{x-T}]}{\partial T} r(x) dx - E[W_0] r(T) \right\}. \quad (16)$$

また、以下のような定数を定義する。

$$D = k_R \alpha_1 + (1-p) k_G \alpha_2 \\ + b((1-p) k_G \beta_2 - k_R \beta_1). \quad (17)$$

このとき、SM と SU にとって最適なソフトウェア保証期間に関する以下の結果を得る。

定理 1 (SM): (I) $D > 0$ であるとき次のことが成立する。

(1) $q(0) < 0$ かつ $q(T_{LC}) > 0$ ならば、非線形方程式 $q(T) = 0$ を満たす有限で唯一の最適解 T_{SM}^* が存在し、 $T_{LC} \leq D/(k_R \alpha_1 b)$ ならば $0 < T_{SM}^* < T_{LC}$ であり、そうでないならば $0 < T_{SM}^* < D/(k_R \alpha_1 b)$ である。

(2) もし $q(0) \geq 0$ ならば、 $T_{SM}^* = 0$ となり、SM にとって FRWS を行わないことが最適となる。

(3) もし $q(T_{LC}) \leq 0$ ならば、 $T_{SM}^* = T_{LC}$ となり、SM にとって PRWS を行わないことが最適となる。

(II) $D \leq 0$ であるとき、 $T_{SM}^* = 0$ となる。

定理 2 (SU): 期待保守費用 $V_{PRWS}^{SU}(T)$ は T の減少関数となり、SU にとって最適な保証期間は $T_{SU}^* = T_{LC}$ となる。

上述の結果より、SU が要求する期待保証費用の上限 $C_{SU}(>0)$ が与えられた場合、SM の設定する保証期間は以下の問題の解となる。

$$\min_{0 \leq T \leq T_{LC}} C(T) \\ \text{subject to } \{T \mid V_{PRWS}^{SU}(T) \leq C_{SU}\}. \quad (18)$$

さらに、本稿で議論したソフトウェア保証モデルが従来ソフトウェア最適リリース問題を特別な場合として含むことを示す。

系: $\alpha_i = 0, \beta_i = 1, p = 0$ ($i=1,2$) とすれば、SM の総期待保証費用は文献 [3] で議論されたソフトウェアリリース問題の期待費用と一致する。

4. おわりに

本稿では、故障が非定常ポアソン過程に従って発生し、修理時間が製品の年令に従属する場合の保証モデルについて考察した。ここでは、指数型ソフトウェア信頼度成長モデルを仮定することによって、ソフトウェア生産者にとって最適な保証期間を同定することが出来た。

本稿で仮定した故障モデルを通常の再生過程に置き換えることによって、従来から議論されてきた修理系アイテムの保証モデルを修理の観点から一般化することが可能となる。また、保証の更新を考慮することによって、より複雑かつ緻密なモデル化が行えるものと考えている。

参考文献

- [1] 石井康雄 (編), ソフトウェアの検査と品質保証, 日科技連, 東京 (1986).
- [2] W. R. Blischke and D. N. P. Murthy, *Mathematical Models for Warranty Cost Analysis*, Marcel Dekker, N.Y. (1993).
- [3] K. Okumoto and A. L. Goel, "Optimum release time for software systems based on reliability and cost criterion", *J. Sys. Soft.*, vol. 1, pp. 315-318 (1980).
- [4] N. S. Wee, "Optimal maintenance schedules of computer software", *Prob. Eng. Inf. Sci.*, vol. 4, pp. 243-255 (1990).
- [5] F. J. Radermacher, S. M. Ross and N. S. Wee, "An optimal software debugging model", *Ann. Ope. Res.*, vol. 32, pp. 141-163 (1991).
- [6] D. G. Nguyen and D. N. P. Murthy, "A general model for estimating warranty costs for repairable products", *IIE Trans.*, vol. 16, pp. 379-386 (1984).