

セクタ損傷に対するハードディスクの点検方策に関する一考察

01505884 流通科学大学情報学部 * 平越 裕之 HIRAKOSHI Hiroyuki
01204194 流通科学大学情報学部 三道 弘明 SANDOH Hiroaki
01400043 愛知工業大学 中川 暉夫 NAKAGAWA Toshio

1. はじめに

ハードディスクの故障は、密閉機構内故障による全体故障と、累積セクタ損傷数が予備セクタ数を超過、予備セクタによる代替措置が不可能となることによる全体故障とに大別できる [1,2]。ハードディスクにセクタ損傷が発生したとき、当該セクタの代わりにあらかじめ確保されている予備セクタに代替措置を施すことによって、事後的にセクタ損傷に対処することができる。しかし、累積セクタ損傷数が予備セクタ数を超過した場合には、このような事後的な処理は不可能となり、ハードディスクは全体故障に至ってしまう。密閉機構内故障は即座に検出可能であるがセクタ損傷は通常点検によって検出される。本研究では、セクタ損傷検出のための最適点検方策に関するモデルを提案する。

2. 方策と仮定

ここでは、予備セクタ数が N であるようなハードディスクに対し、一定時間間隔 $T > 0$ で点検を行うこととし、1回あたりの点検費用を C_I とする。さらに、点検時に累積損傷セクタ数が $k (= 1, 2, \dots, N)$ 以上、 N 以下であれば損傷セクタの修復を行った上で、予防取替えを実施することとし、この予防取替えに要する費用を C_p と表す。しかし点検時の累積損傷セクタ数が k 未満であれば、損傷セクタの修復だけにとどめ、取替えに関する判断は次の点検時まで見送ることとする。すなわち制御限界政策 [3] を採用することを考える。

しかし、点検時における累積損傷セクタ数があらかじめ確保されていた予備セクタ数 N を超えていると、そのハードディスクは修復不可能となり、新たなハードディスクによる事後取替えを行う。この事後取替え費用を $C_c (> C_p)$ と表すこととする。

以上のような方策のもと、ここでは、セクタ損傷は平均値関数 $H(t)$ の非定常ポアソン過程に従うものと仮定する。このとき、プロセスの振舞は、予防取替えもしくは事後取替えが終了した時点を再生点とする再生報酬過程 [4] を形成することは明らかである。

3. 期待費用

記号を

$$p_i[H(t)] = \frac{[H(t)]^i}{i!} e^{-H(t)} \quad (1)$$

のように定義すると、予防取替え、事後取替えのそれぞれが発生する確率 P_p および P_c は

$$P_p = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} p_i[H(nT)] \times \sum_{j=k-i}^{N-i} p_j[H((n+1)T) - H(nT)] \quad (2)$$

$$P_c = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} p_i[H(nT)] \times \sum_{j=N-i+1}^{\infty} p_j[H((n+1)T) - H(nT)] \quad (3)$$

で与えられ、明らかに $P_p + P_c = 1$ である。

次に、1サイクルの平均時間 m は

$$m = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} p_i[H(nT)](n+1)T \times \sum_{j=k-i}^{N-i} p_j[H((n+1)T) - H(nT)] + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} p_i[H(nT)](N+1)T \times \sum_{j=N-i+1}^{\infty} p_j[H((n+1)T) - H(nT)] = T \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} p_i[H(nT)] \quad (4)$$

である。

同様にして1サイクルの平均点検回数 l は

$$l = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} p_i[H(nT)] \quad (5)$$

となる。

以上のことから、単位時間当りの期待費用は

$$C(k) = \frac{(C_c - C_p)P_p}{m} + \frac{C_I}{T} \quad (6)$$

で与えられる。よって、与えられた点検周期 T に対して $C(k)$ を最小にする $k = k^*$ を求めれば、それが点検周期 T に対する最適制御限界である。

4. ポアソン過程

ここでは、セクタ損傷がポアソン過程に従って生起する場合について考察する。 $H(t) = \lambda t$ であるとき、式 (6) の期待費用は

$$C(k) = \frac{B_k}{A_k} + \frac{C_I}{T} \quad (7)$$

となる。ここに

$$A_k = T \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(n\lambda T)^i}{i!} e^{-n\lambda T} \quad (8)$$

$$B_k = (C_c - C_p) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(n\lambda T)^i}{i!} e^{-n\lambda T} \times \sum_{j=N-i+1}^{\infty} \frac{(\lambda T)^j}{j!} e^{-\lambda T} \quad (9)$$

である。

以下では、点検周期 T を与えたときの最適な制御限界 k^* について解析する。 $C(k)$ の k に関する差分をとると

$$\begin{aligned} \Delta C(k) &\equiv C(k+1) - C(k) = \frac{A_{k+1} - A_k}{A_{k+1}A_k} \\ &\times \left[\frac{B_{k+1} - B_k}{A_{k+1} - A_k} A_k - B_k \right], \\ &k = 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (10)$$

である。ここで、 $[A_{k+1} - A_k]/[A_{k+1}A_k] > 0$ であることに注目すると、 $\Delta C(k)$ の符号は次式で与えられる D_k の符号に一致することがわかる。

$$\begin{aligned} D_k &\equiv \frac{B_{k+1} - B_k}{A_{k+1} - A_k} A_k - B_k \\ &= (C_c - C_p) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(n\lambda T)^i}{i!} e^{-n\lambda T} \\ &\times \sum_{j=N-k+1}^{N-i+1} \frac{(\lambda T)^j}{j!} e^{-\lambda T} - C_p \end{aligned} \quad (11)$$

D_k の k に関する差分をとると

$$\Delta D_k \equiv D_{k+1} - D_k$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{T} (C_c - C_p) \frac{(\lambda T)^{N-k}}{(N-k)!} e^{-\lambda T} \times A_{k+1} \\ &> 0, \quad k = 1, 2, \dots, N-2 \end{aligned} \quad (12)$$

であることから、 D_k は k に関して単調増加であることがわかる。よって、 $D_k > 0$ を満足する k が存在すれば、その最小値が最適な制御限界 k^* である。

以上のことから、点検周期 T が与えられた場合の最適点検方策は以下のようにしてまとめられる。ただし、記号を次のように定義しておく。

$$a = \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\sum_{j=N}^{N+1} \frac{(\lambda T)^j}{j!} e^{-\lambda T}} \quad (13)$$

$$b = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{N-2} \frac{(n\lambda T)^i}{i!} \times \sum_{j=1}^{N-i+1} \frac{(\lambda T)^j}{j!} e^{-(n+1)\lambda T} \quad (14)$$

- (1) $C_c/C_p - 1 \geq a$ ならば、 $D_k \geq 0$ であり、 $C(k)$ は k に関して単調増加である。すなわち、 $k^* = 1$ である。
- (2) $C_c/C_p - 1 < a$ かつ $C_c/C_p - 1 > 1/b$ ならば、 $D_k > 0$ を満足する最小の k^* ($2 \leq k^* \leq N-1$) が存在する。
- (3) $C_c/C_p - 1 \leq 1/b$ ならば、 $D_k \leq 0$ であり、 $C(k)$ は k に関して単調減少である。すなわち、 $k^* = N$ である。

なお、紙面の都合上、数値例は当日報告させて頂く。

文献

- (1) 平越裕之、三道弘明：セクタ損傷を考慮したハードディスクの年齢取替政策，電子情報通信学会論文誌，J77-A, No.12, pp. 1719-1724, 1994.
- (2) 平越裕之、三道弘明：ハードディスクにおける予備セクタ数の設計に関する一考察，電子情報通信学会論文誌，J79-A, No.6, pp. 1204-1211, 1996.
- (3) Derman, C.: Denumerable state Markovian decision processes-Average cost criterion, *Ann. Math. Statist.*, Vol. 37, pp. 1545-1553, 1966.
- (4) Ross S. M.: *Applied probability models with optimization applications*, Holden-Day, San Francisco, 1970.