

要員区分を考慮した学科編成法*

—その1：線形計画モデル—

01700900 防衛大学校情報工学科 山田武夫† YAMADA Takeo
02401640 防衛大学校情報工学科 那須靖司 NASU Yasushi

1 はじめに

クラス編成問題に数理計画法を適用する試みはすでにいくつかの例が発表されている [2],[3],[1] が、本校でもこのためのシステムを作成し、昨年度から実際の業務への適用を試みている。

本校理工系では学生を一括採用し、2年生進級時に学生の志望に応じて学科振り分けを行っているが、学生は同時に陸海空の「要員」にも振り分けられ、各学科内での要員数のバランスもある程度考慮する必要があるため、問題はさらに複雑となっている。

このように、要員配分と学科配分の問題がほぼ同時期に生じるわけであるが、本稿ではまず何らかの方法で要員を決定した後の、学科配分だけの問題を取り扱い、要員配分と学科配分を同時に考える問題は続編 [5] で議論する。

2 問題の定式化

学生 $i = 1, \dots, N$ を M 学科のいずれかに配分する。各学生は第 k 志望までの学科を表明して、学生 i の第 k 志望学科を p_{ik} と記す。また、学生 i の所属要員を $s_i \in \{1 = \text{陸}, 2 = \text{海}, 3 = \text{空}\}$ 、成績評点を r_i とする。 r_i は $[1, 3]$ の範囲の実数値を取り、値が大きい程成績優秀を意味する。

次に、学科 j の学生数は $[l_j, u_j]$ の範囲になければならず、学科内でもさらに要員ごとに $[l'_{js}, u'_{js}]$ の範囲に納めたい ($j = 1, \dots, M; s = 1, 2, 3$)。

問題は上のような学科、要員の定員制約の下で、出来るだけ学生の志望に沿い、かつ成績優秀な学生ほど志望が尊重されるような学科配分を実現することである。

まず、学生 i を第 k 志望学科に配分した場合の好ましくなさの程度を c_{ik} と記し、これを i の第 k 志望に対する「配分コスト」と呼ぶ。つぎに、 x_{ik} を学生 i

を第 k 志望に配分する時は 1 で、そうでない時は 0 をとる決定変数と定義すると、問題は

CLASS:

$$\text{Min.} \quad \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K c_{ik} x_{ik} \quad (1)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{k=1}^K x_{ik} = 1, \quad \forall i, \quad (2)$$

$$l_j \leq \sum_{(i,k) \in \Theta_j} x_{ik} \leq u_j, \quad \forall j, \quad (3)$$

$$l'_{js} \leq \sum_{(i,k) \in \Omega_{js}} x_{ik} \leq u'_{js}, \quad \forall j, \forall s, \quad (4)$$

$$x_{ik} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, \forall k. \quad (5)$$

と定式化できる。ここで、 $\Theta_j := \{(i, k) \mid p_{ik} = j\}$ 、 $\Omega_{js} := \{(i, k) \mid p_{ik} = j, s_i = s\}$ である。

CLASS は輸送問題を拡張した 0-1 型整数計画問題であるが、制約条件がユニモジューラ性を持つことが証明できるので、0-1 条件 (5) を非負条件に置き換えた線形計画問題として解くことが出来る。

ここで、配分コスト c_{ik} の取り方によってさまざまな最適解が得られるので、学生の志望と成績をうまく反映した学科配分となるようにコストの設定を工夫する必要があるが、我々は

$$c_{ik} = (\alpha^{k-1} - 1) \cdot \phi(i) \quad (6)$$

を提案している [4]。ここで、 $\phi(i) := (r_i - 1)/2$ は学生 i の成績傾斜係数、 α は定数で通常 2 としている。

3 システムの構成と計算例

問題 CLASS を解く改訂単体法プログラムを作成した。問題の典型的サイズは 500 制約式、2400 変数程度で、さほど大型の問題ではないが、記憶容量の節約と計算時間の短縮のため以下のような工夫を取り入れた。

1. 疎性の利用。

CLASS の制約式は、成分が 0 または 1 の極めて

*OR 学会秋季研究発表会 (東京経済大学, 1997.9.10-11)

†E-mail: yamada@cs.nda.ac.jp

疎な行列とみなすことが出来る。また1の存在位置は容易に算出できるので、行列を記憶する必要はなく、この行列との積は成分1に対応する数個の要素を加えるだけで簡単に求められる。

2. 部分プライシング.

単体基準をすべて調べて最小の列を選ぶ方法は、本問題では極めて効率が悪い。本システムでは負の単体基準を持った列が見つかり次第、それを基底に入れることにしてそれ以降の探索を省略している。

3. 巡回プライシング.

上と関連するが、毎回単体基準を先頭から調べるのも非効率である。本システムでは前回の軸演算の列から以降を走査するようにしている。これだけでも計算時間が約7分の1程度にまで短縮される。

これらにより、上述のサイズの問題が1分程度のCPU時間で解けるようになった。

プログラムの入力は (ア) 学生の学科志望データ、(イ) 学科定員データの二種類で、前者は各学生ごとに学生番号、成績評点、要員、志望学科コード（第1～第6志望まで）を含み、後者は各学科ごとに定員の上下限と学科内での陸海空の定員上下限を含む。これに対して出力は (i) 学科志望データ集計表、(ii) 配分結果の集計表、(iii) 学科別配分学生名簿、(iv) 成績順全学生配分一覧表などである。

表1. 配分結果の一例

| 学科 | 下限 | | | | 上限 | | | | 配分数 | | | |
|----|-----|-----|----|----|-----|-----|----|----|-----|-----|----|----|
| | 計 | 陸 | 海 | 空 | 計 | 陸 | 海 | 空 | 計 | 陸 | 海 | 空 |
| 1 | 13 | 7 | 3 | 3 | 15 | 9 | 3 | 3 | 13 | 7 | 3 | 3 |
| 2 | 14 | 8 | 3 | 3 | 18 | 12 | 4 | 4 | 18 | 11 | 4 | 3 |
| 3 | 17 | 9 | 4 | 4 | 23 | 13 | 6 | 4 | 17 | 9 | 4 | 4 |
| 4 | 20 | 11 | 5 | 4 | 24 | 15 | 7 | 6 | 24 | 13 | 6 | 5 |
| 5 | 16 | 8 | 4 | 4 | 22 | 12 | 6 | 4 | 16 | 8 | 4 | 4 |
| 6 | 21 | 12 | 5 | 4 | 27 | 16 | 7 | 4 | 25 | 14 | 7 | 4 |
| 7 | 21 | 12 | 5 | 4 | 27 | 16 | 7 | 4 | 26 | 16 | 7 | 4 |
| 8 | 21 | 12 | 5 | 4 | 27 | 16 | 7 | 4 | 26 | 15 | 7 | 4 |
| 9 | 22 | 16 | 3 | 3 | 26 | 24 | 3 | 3 | 26 | 20 | 3 | 3 |
| 10 | 20 | 12 | 4 | 4 | 26 | 18 | 4 | 4 | 20 | 12 | 4 | 4 |
| 11 | 21 | 12 | 4 | 5 | 27 | 16 | 4 | 7 | 25 | 26 | 4 | 5 |
| 12 | 36 | 10 | 9 | 17 | 52 | 14 | 13 | 25 | 48 | 14 | 9 | 25 |
| 13 | 22 | 11 | 5 | 6 | 30 | 15 | 7 | 8 | 28 | 15 | 7 | 6 |
| 14 | 17 | 9 | 4 | 4 | 25 | 13 | 6 | 6 | 17 | 9 | 4 | 4 |
| 合計 | 281 | 149 | 63 | 69 | 369 | 209 | 84 | 86 | 330 | 179 | 73 | 78 |

表1に一つの計算例を示す。330名の学生が上下界内に配分されている。また、図1は学生を成績により上中下に3区分した時の、志望順位ごとの累積配分率を表している。コストに傾斜を持たせたことによって、成績上位の者ほど上位志望学科に配分される確率が大きくなっていることが分かる。

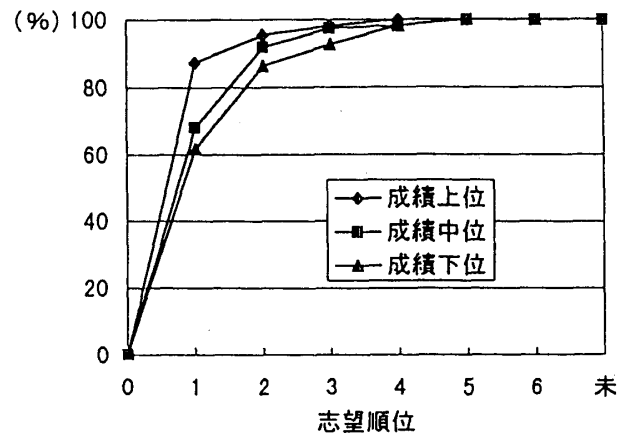


図1. 累積配分率

4 むすび

要員を考慮した学科配分に数理計画法を適用し、実際に供し得るシステムを開発し、計算時間、配分結果とも満足出来る結果を得た。

参考文献

- [1] 鎌田慎ほか, “学生の希望と成績を考慮したクラス編成法”, SICE 北海道支部学術講演会 (札幌市, 1997.1).
- [2] 今野浩, 「数理決定法入門-キャンパスのOR」, 朝倉書店 (1982).
- [3] 今野浩ほか, “最適クラス編成問題-東京工業大学におけるケース・スタディー”, オペレーションズ・リサーチ, 46(1991), 85-89.
- [4] B. バンナシリほか, “学生の志望と成績を考慮した学科編成法”, OR 学会秋季研究発表会 (大工大, 1996.11.7-8)
- [5] 那須靖ほか, “要員区分を考慮した学科編成法-その2”, 本アブストラクト (1997.9.10-11).