

L<sub>1</sub>-ノルムによる実験計画法に関する研究

- PART II 応用 -

01205520 東京理科大学  
02202300 東京理科大学  
02004150 東京理科大学

末吉 俊幸 SUEYOSHI Toshiyuki  
\*鈴木 貴朗 SUZUKI Takaaki  
奥山 茂 OKUYAMA Shigeru

1. 序論

本論文は最小絶対値法を導入した実験計画法（2次元配置問題）の方法論を用いて、初めに簡単な例題を解析し、これを踏まえて、次に平成8年3月にNTTが行なった割引サービスについての実証研究を行い、比較、考察するものである。

2. 例題による説明

表1の例題に対して異常値が存在する場合とそうでない場合における分散分析法と最小絶対値法の比較を行なう。ここで異常値の存在は12.0の代わりに50.0が用いられた時に起こるものとする。

表1：例題のデータ

|    | B1   | B2   | B3         |
|----|------|------|------------|
| A1 | 11.4 | 12.4 | 15.3       |
|    | 12.4 | 12.2 | 14.9       |
|    | 11.5 | 14.0 | 16.3       |
|    | 12.3 | 12.3 | 15.5       |
| A2 | 9.0  | 10.0 | 13.4       |
|    | 9.7  | 9.8  | 11.3       |
|    | 9.6  | 9.7  | 11.6       |
|    | 10.0 | 9.6  | 12.0(50.0) |

表1のデータから分散分析法を用いて正常値と異常値における解析を行なった結果が以下の表2と表3に示してある。

表2：正常値における例題の分散分析表

| 要因 | 平方和     | 自由度 | 平均平方     | 分散比       |
|----|---------|-----|----------|-----------|
| A  | 50.46   | 1   | 50.46    | 119.185** |
| B  | 42.6775 | 2   | 21.3388  | 50.4015** |
| 誤差 | 8.4675  | 20  | 0.423375 |           |
| 総和 | 101.625 | 23  |          |           |

表3：異常値における例題の分散分析表

| 要因 | 平方和      | 自由度 | 平均平方     | 分散比        |
|----|----------|-----|----------|------------|
| A  | 0.426667 | 1   | 0.426667 | 0.00719414 |
| B  | 304.561  | 2   | 152.28   | 2.56764    |
| 誤差 | 1186.15  | 20  | 59.3075  |            |
| 総和 | 1491.14  | 23  |          |            |

一方、最小絶対値法で解析を行なった結果が以下の表4と表5に示してある。

表4：正常値における例題の計算結果

| 要因    | 効果     | 標準偏差     | t 値      | 有意水準    |
|-------|--------|----------|----------|---------|
| $\mu$ | 12.083 | 0.444253 | 26.9741  | 0.010** |
| A1    | 1.25   | 0.378043 | 3.57102  | 0.010** |
| A2    | -1.25  | 0.378043 | -3.57102 | 0.010** |
| B1    | -1.13  | 0.308671 | -3.34768 | 0.010** |
| B2    | -1.03  | 0.308671 | -3.02372 | 0.010** |
| B3    | 2.16   | 0.308671 | 6.3714   | 0.010** |

表5：異常値における例題の計算結果

| 要因    | 効果     | 標準偏差     | t 値      | 有意水準    |
|-------|--------|----------|----------|---------|
| $\mu$ | 11.983 | 0.475986 | 25.3859  | 0.010** |
| A1    | 1.35   | 0.405046 | 3.08607  | 0.010** |
| A2    | -1.35  | 0.405046 | -3.08607 | 0.010** |
| B1    | -1.033 | 0.330719 | -3.42688 | 0.010** |
| B2    | -0.933 | 0.330719 | -3.12451 | 0.010** |
| B3    | 1.966  | 0.330719 | 6.55138  | 0.010** |

分散分析法では、表2の正常値の場合は帰無仮説  $H_0: \alpha_i = 0, \beta_j = 0$  がともに有意であるという検定結果が得られたが、表3の異常値の場合には両方とも有意でないという検定結果が得られた。

これに対して最小絶対値法では分散分析法とは違い、表4と表5の検定結果から正常値、異常値ともに帰無仮説  $H_0: \alpha_i = 0, \beta_j = 0$  がともに有意であるという検定結果が得られた。

このように最小絶対値法は分散分析法に比べて異常値に対する頑健性を維持していることは明らかである。

### 3. 電気通信事業における需要分析の適用例

この章ではNTTの距離段階別時間帯別の通信回数と通信量のデータで分散分析法、最小絶対値法による需要分析を行なう。時間帯は1時間単位で24時間示しているが、ここではさらに、通話料金によって24時間を昼間、夜間、深夜・早朝の3分割にしている。同様に距離も通話料金毎に分割している。この計算結果から両手法の違いを比較する。

まず、時間帯は料金別に昼間、夜間、深夜・早朝に距離は市外を料金別に分割し、通信回数を解析する。

表6：市外の料金別通信回数（平成6年度）

|        | 昼間   | 夜間   | 深夜・早朝 |
|--------|------|------|-------|
| 隣接     | 8025 | 1710 | 597   |
| ～20km  | 275  | 62   | 23    |
| ～30km  | 1941 | 368  | 136   |
| ～60km  | 2508 | 560  | 213   |
| ～100km | 1314 | 309  | 107   |
| ～160km | 899  | 238  | 84    |
| 160km～ | 2192 | 716  | 197   |

表7：市外の料金別通信回数の分散分析表

| 要因 | 平方和      | 自由度 | 平均平方     | 分散比      |
|----|----------|-----|----------|----------|
| 距離 | 2.19E+07 | 6   | 3.64E+06 | 2.12671  |
| 時間 | 1.99E+07 | 2   | 9.96E+06 | 5.81148* |
| 誤差 | 2.06E+07 | 12  | 1.71E+06 |          |
| 総和 | 6.23E+07 | 20  |          |          |

表8：市外の料金別通信回数の最小絶対値法における計算結果

| 要因     | 効果     | 標準偏差  | t値    | 有意水準 |
|--------|--------|-------|-------|------|
| 特性値    | 980.8  | 159.6 | 6.15  | **   |
| 隣接     | 1143.9 | 208.5 | 5.48  | **   |
| ～20km  | -504.1 | 208.5 | -2.42 | *    |
| ～30km  | -198.1 | 208.5 | -0.95 |      |
| ～60km  | -6.1   | 208.5 | -0.03 |      |
| ～100km | -257.1 | 208.5 | -1.23 |      |
| ～160km | -328.1 | 208.5 | -1.57 |      |
| 160km～ | 149.9  | 208.5 | 0.72  |      |
| 昼間     | 1061.3 | 171.1 | 6.20  | **   |
| 夜間     | -414.6 | 171.1 | -2.42 | *    |
| 深夜・早朝  | -616.6 | 171.1 | -3.78 | **   |

表7より分散分析法では、距離別によって需要に差が得られないという結果が出た。よって、距離別に関する料金は従来通りで良いと考えられる。しかし、表6より距離別によって需要に差があるのは明らかである。よって、表7の検定は制度は良くないと考えられる。

これに対して表8の最小絶対値法では、隣接区域と20km以内の区域においてはその水準に効果が得られると結果が出た。よって表8より、隣接区域においては正の効果がみられるので通話料金は値上げして需要を減らしてもよいが、20km以内の区域においては負の効果がみられるので通話料金を値下げして需要を増やす必要があると考えられる。

全体を通して、効果の高い（正の効果がある）要因については需要に与える影響が大きいので、料金は値上げしてもよいが、効果の低い（負の効果がある）要因は需要に与える影響が小さいので、料金を見直して需要を増やす必要がある。本研究の通信回数及び通信量の実験結果を通して深夜・早朝は効果が低いので、どの距離に対しても料金を値下げして需要を増やさなければならないと考えられる。

### 4. 結論

3章から、分散分析法は異常値に対して頑健性を示すのが困難であるため、通話料金の設定や電話会社の利益等を考慮する際に、精度の低い結果を参考にして誤った見解を示す恐れがある。

これに対して最小絶対値法は、異常値に対して強い頑健性を維持しているため、より精度の高い見解を示すことを可能にしてくれる。

### 5. おわりに

本研究は、単一因子の場合について解析を行ってきた。今後の研究としては、実験計画法に本来含まれている交互作用や直交配列をORに導入した場合の解析や3次元配置問題といった2要因以上の実験計画法にも対応する余地がある。