

Kalman filter による予測データを用いた在庫管理

成蹊大学 02701780*山下元彦 YAMASHITA Motohiko
 01001600 上田徹 UEDA Tohru

1. はじめに

Kalman filter という予測手法を使い、
 需要の曖昧さを確率分布で表す。そして予
 測された需要をもとに、最適な発注量を求
 める問題を考える。

2. Kalman filter について

1 日後の需要を Kalman filter という予
 測手法を用いて予測する。

Kalman filter とは時系列データを分析
 する方法である。時点 t でのトレンドや曜
 日性などに関する状態 $x(t+1)$ への状態変
 化は、雑音 $u(t)$ を考慮して構造方程式

$$x(t+1) = F(t)x(t) + G(t)u(t)$$

で与えられるものとする。時点 t での観測
 値 $y(t)$ は状態 $x(t)$ と関連付けられるが、雑
 音 $v(t)$ を含んでいるため、観測方程式

$$y(t) = H(t)x(t) + v(t)$$

で表されるものとする。

時点 t でのデータ需要数 $y(t)$ は
 $y(t) = \text{トレンド成分 } T(t) + \text{曜日成分 } S(n)$
 と表現できるものとする。

トレンド成分 $T(t)$ は

$$\nabla^2 = \{T(t) - T(t-1)\} - \{T(t-1) - T(t-2)\} \\ = u(t)$$

と表す。

曜日成分 $S(n)$ は定休日を除くため、周
 期 $(s=6)$ であり

$$(1 - B^s)S(n) = v(t); BS(n) = S(n-1)$$

で表す。また

$x(t) = (T(n), T(n-1), s(n-1), \dots, s(n-5))$ から

$F(t)$ は決められ $H(t)$ はトレンド成分、曜日
 成分を考慮して決められる。

Kalman filter は $x(t)$ を逐次的に推定する
 アルゴリズムである。

2. 予測結果

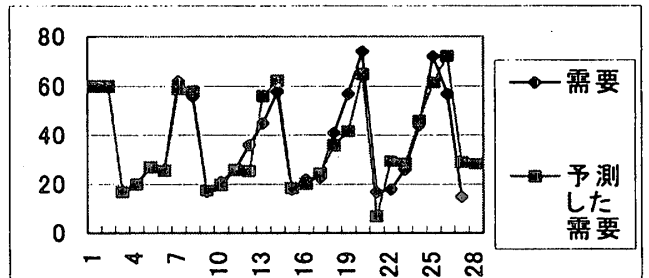


図 1 測定された需要と予測された需要

予測された月曜日の需要の平均

28.02 個

標準偏差

8.91

上記を使い以下の最適な在庫管理に用い
 る。

4. 最適な発注量を求める

Kalman filter を用いて得られた予測さ
 れた需要と確率分布から、最適な発注量を
 求める問題を考える。

在庫量よりも需要が超えた場合には、緊
 急購入のため購入額より高い費用（需要超
 過金）がかかるものとする。

5. 定式化

損失を最小にする発注量を求める。

$$Loss(z) = p * z - s \int_0^{\infty} \omega \phi(\omega) d(\omega)$$

↑ 購入額 ↑ 売上高

$$+q \int_{c+z}^{\infty} \{\omega - (c+z)\} \phi(\omega) d(\omega)$$

↑
 需要が当期在庫量を
 超えた場合のペナルティー

z : 発注量 c : 前期在庫量
 ϕ : 需要の確率密度関数

損益関数 $LOSS(z)$ を計算することにより、
 最適な発注量を求める。以下の分析では
 $p=20, q=100, s=1$ 個当りの販売価格

6. $\phi(\omega)$ として正規分布を用いた場合

最適な発注量 26個

Kalman filter で仮定した正規分布は負の部分を含んでいる。負の部分は考えられないので対数正規分布でも考える。

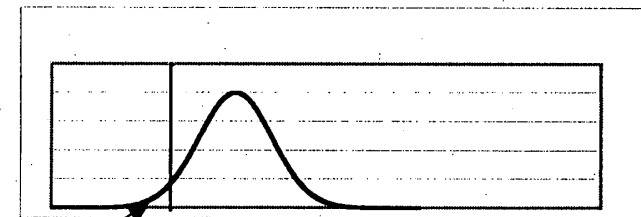


図2 正規分布

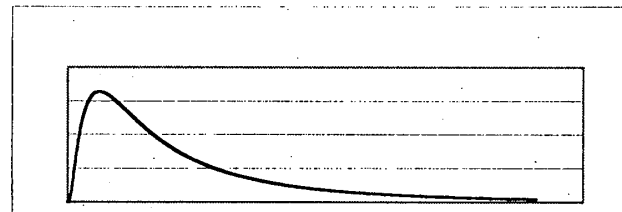


図3 対数正規分布

7. 対数正規分布を用いた場合

最適な発注量 25個

8. 考察

どうして対数正規分布の方が正規分布よりも小さい値になるのか考えてみる。

下図に示すような対数正規分布は平均値よ

り小さい方に偏るため、正規分布よりも小さい値が得られると考えられる。

また需要を対数正規分布と仮定して、25個とした場合の $LOSS$ に対して、実は需要が正規分布で、最適な26個の場合の $LOSS$ と比較すると、対数正規分布の26個の差は0.1%であり安定しているといえる。また逆の場合で、需要を正規分布と仮定して26個とした場合、実は需要が対数正規分布で最適の25個の場合 $LOSS$ と比較するとしても、正規分布で25個だった時と26個だった時の差は0.2%であり、安定している。

よってどちらも安定しているといえる。

表1. 対数正規分布と正規分布の $LOSS$ 値

	対数正規分布	正規分布
25個	664.45	638.47
26個	663.39	638.98

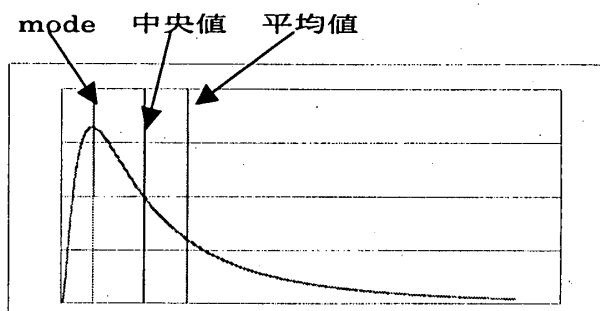


図4 対数正規分布の値のうちわけ

9. 今後の課題

最終的な発注量の決定は在庫を置くスペースや、在庫管理費なども含めて考えなければならない。またペナルティーとしてお客の信頼やイメージダウンを考えなくてはならない。

10. 参考文献

上田徹：「予測手法（1）」

オペレーションズリサーチ（1994. 6）

上田、染谷「DEAにおける kalman filter の利用」（1998 春期 OR 学会）