# 周遊距離を用いたVoronoi図

02004830 筑波大学 ＊大山 崇 OHYAMA Takashi
01205430 筑波大学 　鈴木 勉 SUZUKI Tsutomu

## 1. はじめに

これまでVoronoi図を用いた最適配置問題の多くでは，利用者が1つの施設のみを利用するという仮定があった．しかし，実際の利用者の行動の仕方に着目すれば，このような仮定はしばしば現実的でない．施設の提供するサービスや財が複数種類存在する場合には，利用者が複数の施設を利用するというモデルを考える必要がある．そこで，本稿では，利用者が複数の施設を連続して周遊して利用し，その総距離が最短になるような移動を仮定して，利用者の施設への配分を表す周遊距離Voronoi図がどのようになるかを明らかにすることを目的とする．

## 2. 同種類の施設の周遊する場合

$\mathbf{p}_1,\ldots,\mathbf{p}_n$ の中から $k$ 個の母点を選んで周遊する時，$\mathbf{p}_{i_1},\ldots,\mathbf{p}_{i_k}$ を連続して訪れる移動距離が最短となる領域を $\mathbf{p}_{i_1},\ldots,\mathbf{p}_{i_k}$ の $k$ 次周遊距離Voronoi領域 $V_T^k < \mathbf{p}_{i_1},\ldots,\mathbf{p}_{i_k} >$ と呼ぶことにする．すなわち，

$$
\begin{aligned}
&V_T^k < \mathbf{p}_{i_1},\ldots,\mathbf{p}_{i_k} > \\
&= \left\{ \mathbf{x} \middle| d(\mathbf{x},\mathbf{p}_{i_1}) + \sum_{l=1}^{k-1} d(\mathbf{p}_{i_l},\mathbf{p}_{i_{(l+1)}}) + d(\mathbf{p}_{i_k},\mathbf{x}) \right. \\
&\left. \le d(\mathbf{x},\mathbf{p}_{j_1}) + \sum_{l=1}^{k-1} d(\mathbf{p}_{j_l},\mathbf{p}_{j_{(l+1)}}) + d(\mathbf{p}_{j_k},\mathbf{x}),\ \forall j \neq i \right\}
\end{aligned}
$$

また，$k$ 次周遊距離Voronoi領域の集合

$$\{V_T^k < \mathbf{p}_{1_1},\ldots,\mathbf{p}_{1_k} >,\ldots,V_T^k < \mathbf{p}_{N_1},\ldots,\mathbf{p}_{N_k} >\}$$

を $k$ 次周遊距離Voronoi図ということとする．ただし，$N = \frac{{}_nP_k}{2}$ とする．このVoronoi図では以下の性質が成り立つ．

**性質 1** $(\mathbf{p}_i,\mathbf{p}_j)$ が互いに最も離れた2つの母点の組であるとき，2次周遊距離Voronoi図において $\mathbf{p}_i,\mathbf{p}_j$ の領域は，$\mathbf{p}_i$ を除いた母点でできるVoronoi図の $\mathbf{p}_j$ の領域と，$\mathbf{p}_j$ を除いた母点でできるVoronoi図の $\mathbf{p}_i$ の領域の積集合の部分集合である．

**性質 2** $d(\mathbf{p}_i,\mathbf{p}_j)$ が互いに最も近接した2つの母点の組であるとき，2次周遊距離Voronoi図において $\mathbf{p}_i,\mathbf{p}_j$ の領域は，$\mathbf{p}_i$ を除いた母点でできるVoronoi図の $\mathbf{p}_j$ の領域と，$\mathbf{p}_j$ を除いた母点でできるVoronoi図の $\mathbf{p}_i$ の領域の積集合を部分領域に持つ．

**性質 3** 2次周遊距離Voronoi図の隣接する2領域が1つの共通の帰属母点を有する場合，2領域の境界線は双曲線の一部である．

**性質 4** 3次周遊距離Voronoi図の隣接する2領域が，同じ帰属母点の組を持つが周遊する順番のみが異なる場合，すなわち，2番目の母点が異なる場合，2領域の境界線は双曲線であり，2番目の母点とならない母点はこの境界線上にある．

2次Voronoi図と(3,5)の領域を比較すると，近接している母点の領域は周遊する場合に拡大することがわかる．図(b)の(1,3)と(3,5)の境界線は双曲線である．また，図(c)の $<3,4,5>$ と $<4,3,5>$ の境界線は双曲線であり，母点5はこの境界線上にある．

## 3. 複数の種類の施設を周遊する場合

$k(2 \le k < \infty)$ 種類の異なるサービスをする母点 $P_1 = \{\mathbf{p}_{1_1},\ldots,\mathbf{p}_{1_{n_1}}\},\ldots,P_k = \{\mathbf{p}_{k_1},\ldots,\mathbf{p}_{k_{n_k}}\}$ があるとする．$(n_i < \infty, i = 1,2,\ldots,k)$

$k$ 種類の母点群 $P_1,\ldots,P_k$ からそれぞれ1つの母点を選び，それらを自由な順番で周遊して元の地点に戻ることを考える．母点の種類によって訪れる順序は自由であるとしよう．$P_1,\ldots,P_k$ の中から1つずつ母点を選んで自由な順番で周遊するとき，$\mathbf{p}_{1_i},\ldots,\mathbf{p}_{k_i}$ を選んだ場合の総移動距離が最短となる領域 $V_T^k < \mathbf{p}_{1_i},\ldots,\mathbf{p}_{k_i} >$ を，$\mathbf{p}_{1_i},\ldots,\mathbf{p}_{k_i}$ の分類された母点による $k$ 次周遊距離Voronoi領域と呼ぶこととする．すなわち，

$$
\begin{aligned}
&V_T^k < \mathbf{p}_{1_i},\ldots,\mathbf{p}_{k_i} > \\
&= \left\{ \mathbf{x} \middle| d(\mathbf{x},\mathbf{p}_{1_i}) + \sum_{l=1}^{k-1} d(\mathbf{p}_{l_i},\mathbf{p}_{(l+1)_i}) + d(\mathbf{p}_{k_i},\mathbf{x}) \right. \\
&\left. \le d(\mathbf{x},\mathbf{p}_{1_j}) + \sum_{l=1}^{k-1} d(\mathbf{p}_{l_j},\mathbf{p}_{(l+1)_j}) + d(\mathbf{p}_{k_j},\mathbf{x}),\ \forall j \neq i \right\}
\end{aligned}
$$

また，分類された母点による $k$ 次周遊距離Voronoi領域の集合

$$\{V_T^k < \mathbf{p}_{1_1},\ldots,\mathbf{p}_{k_1} >,\ldots,V_T^k < \mathbf{p}_{1_N},\ldots,\mathbf{p}_{k_N} >\}$$

を分類された母点による $k$ 次周遊距離Voronoi図ということとする．ただし，$N = \prod_{l=1}^{k} n_l k!$ とする．このVoronoi図でも2節と同様の性質が成り立つ．例えば，図(e)の $(2,a)$ と $(2,c)$ の境界線は双曲線である．また，図(d)と(e)の $(3,b)$ の領域を比較すると，近接している母点の領域は周遊する場合に拡大することがわかる．図(b)の(4,6)のような同じ種類同士の領域が存在しなくなるため，分割数は減少する．

母点の種類によって訪れる順序に制約がある場合も考えることができる．

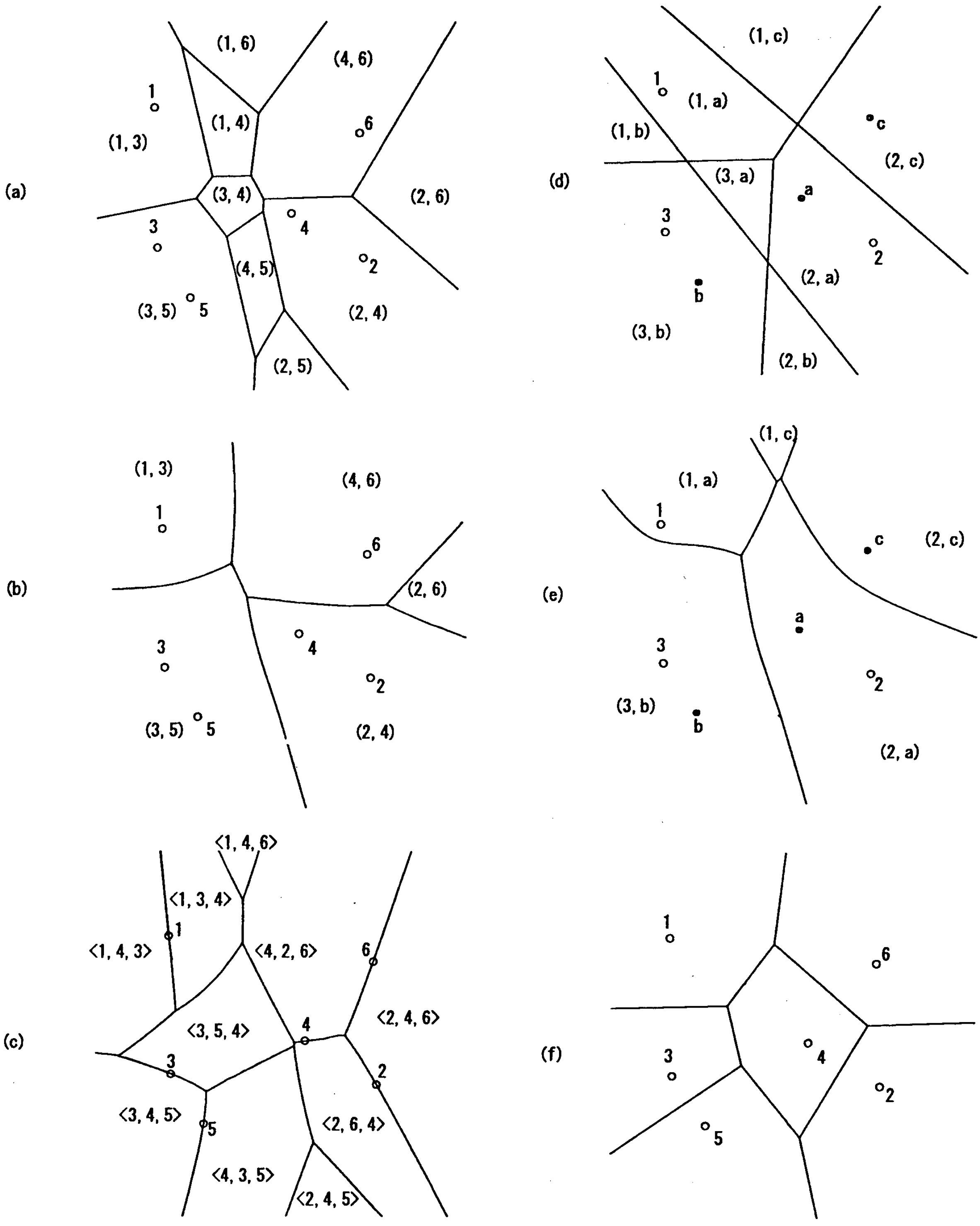
## 4. おわりに

本稿では，利用者が複数の施設を連続して周遊すると仮定した時に，施設の組の圏域を明らかにするVoronoi図を提案し，その性質を明らかにした．このVoronoi図は商業立地問題等への応用が可能と思われるが，今後の課題としたい．

### 参考文献

Okabe, A., Boots, B. and Sugihara, K., *Spatial Tessellations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams*, Chichester: John Wiley & Sons, 1992.

South, R. and Boots, B., Relaxing the Nearest Center Assumption in Central Place Theory, *Papers in Regional Science*, **78** (1999), 157-177.




**図：6つの母点による各種Voronoi図**

(a) 2次Voronoi図
(b) 2次周遊距離Voronoi図
(c) 3次周遊距離Voronoi図
(d) 分類された母点による重ね合わせVoronoi図
(e) 分類された母点による2次周遊距離Voronoi図
(f) Voronoi図.