2001 年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

変数分離可能な多次元非線形ナップザック問題の解法

会員番号 02401834 姫路獨協大学 並川 哲郎 NAMIKAWA Tetsurou
会員番号 01011845 岡山理科大学 *岩崎 彰典 IWASAKI Akinori
会員番号 01011425 岡山理科大学 太田垣 博一 OHTAGAKI Hirokazu
会員番号 01402374 関西大学 仲川 勇二 NAKAGAWA Yuji

1 まえがき

変数分離可能な多次元非線形ナップザック問題はつぎの式で定式化される。

$$\text{maximize} \quad f(x) = \sum_{n=1}^{N} f_n(x_n)$$

$$\text{subject to} \quad g_m(x) = \sum_{n=1}^{N} g_{mn}(x_n) \le b_m, \quad m = 1, 2, \ldots, M,$$

$$b_m = \alpha_m \sum_{n=1}^{N} g_{mn}(x_n), \quad 0 < \alpha_m < 1,$$

$$x_n \in \mathcal{K}_n, \quad n = 1, 2, \ldots, N,$$

ここで, 変数$x = (x_1, x_2, \ldots, x_N)$, 項目集合$\mathcal{K}_n = \{1, 2, \ldots, K_n\}$, であり, $f_n(x_n)$, $g_{mn}(x_n)$はそれぞれ非負の目的関数である。b_mは制約許容量であり, α_mはtightness ratio [1] と呼ばれる。

2 代理制約法 (SD)

岩崎ら [2] は代理制約法を多次元非線形ナップザック問題へ適用した。代理双対問題は次式で与えられる。

$$\min\{\mathrm{opt}[\mathrm{S}(u)] : u \in U\},$$

ただし, opt[S(u)] は問題S(u)の最適な目的関数値,

$$u = (u_1, u_2, \ldots, u_{M-1})^T \in R^{M-1},$$

$$U = \{u \in R^{M-1} : \sum_{m=1}^{M-1} u_m \le 1, u \ge 0\},$$

である。ここで, S(u) は代理問題とよばれ次式で与えられる。

$$\text{maximize} \quad f(x)$$

$$\text{subject to} \quad \varphi(u, x) \le \beta,$$

ただし,

$$\varphi(u, x) = \sum_{m=1}^{M-1} u_m\{g_m(x) - g_M(x)\} + g_M(x),$$

$$\beta = \sum_{m=1}^{M-1} u_m\{b_m - b_M\} + b_M,$$

である。

代理双対問題の実行可能領域は, 原問題の実行可能領域をすべて含んでいるので, その解は原問題の上界値を与えるが実行可能になるとは限らない。

3 遺伝的アルゴリズム (GA)

遺伝的アルゴリズムは適用可能な問題の範囲が広い手法であり, 近年多次元組合せ最適化問題へ, 遺伝的アルゴリズム [3] やタブーサーチ [4] が応用されているが制約条件が厳しいとき、生成される解集団のほとんどが実行不可能解となり, 実行可能解が得られてもよい解集団を得ることは困難である。

α_m	GA^{NEAR}	MC^{NEAR}	MC^{EXCT}	MC^{UB}	SD^{UB}
0.485	2426013	2435302	-	2435332	2435378
0.490	2430464	-	2436243	-	2436279
0.500	2434039	-	2437346	-	2437360

表 1: 変数 $N=500$, 項目数 $K=20$, 制約数 $M=8$

4 最適解の探索と近似解の改善

最適解の探索と近似解の改善を行うアルゴリズム (MCと略す) を以下に示す。代理双対問題の解をx^{SD}, 問題の上界値解をf^{UB}, GAによる近似解の与える解をx^{SD}とする。

$f^{UB} \leftarrow f(x^{SD})$; $f^{LB} \leftarrow f(x^{GA})$; $\hat{\beta} \leftarrow \beta(x^{GA})$;
Step1 :
　　$f^{T} \leftarrow f^{UB} - \varepsilon$;
　　f^{T}以上の目的関数値を持つ解を列挙する。;
　　IF (列挙不可能) **THEN Step2** へ;
　　　　IF (実行可能解がある) **THEN** 最適解を出力; **EXIT**;
　　　　ELSE $f^{UB} \leftarrow f^{T}$;
　　　　ENDIF
　　ENDIF
Step1 へ;
Step2 :
　　$f^{T} = f^{LB} + \varepsilon; \hat{\beta} \leftarrow \hat{\beta} + \delta$;
　　$\hat{\beta}$の制約許容量の条件のもとでf^{T}以上の目的関数値を持つ解を列挙する。;
　　IF (列挙可能) **THEN**
　　　　IF ($f^{UB} = f^{LB}$) 最適解を出力; **EXIT**;
　　　　ELSE $f^{LB} \leftarrow f$(実行可能解); $\hat{\beta} \leftarrow \beta$(実行可能解);
　　　　ENDIF
　　ENDIF
δとεを少し小さくして **Step2** へ;

5 計算機実験

目的関数値と制約関数値をランダムに生成した問題の計算機実験の結果を表. 1 に示す。

参考文献

[1] Chu P.C., Breasley J. E., "A Genetic Algorithm for the Multidimensional Knapsack Ploblem" Journal of Heuristics, 4, pp. 68-86, 1998.

[2] 岩崎彰典, 太田垣博一, 仲川勇二, 宮下文彬, 成久洋之, "代理制約法の多次元非線形ナップザック問題への適用" 信学論 A, Vol. J78-A, No. 8, pp. 691-697, 1999.

[3] 坂和正敏, 加藤浩介, 柴野俊弘, 宮原伸二, "多次元整数ナップザック問題に対する3重構造文字列遺伝的アルゴリズムによる近似解法," 信学論 A, Vol. J82-A, No.5, pp. 691-697, 1999.

[4] Løkketnagen A., Glover F., "Solving zero-one mixed integer programming problems using tabu search," European Journal of Operational Rsearch, Vol. 106, pp. 624-658, 1998.