

多目的離散最適化法を用いた投資信託最適組み合わせ問題

	* 関西大学	柿田 千里	KAKITA Chisato
02004784	関西大学	伊佐田 百合子	ISADA Yuriko
	大和銀行	南 聖治	MINAMI Seiji
01402374	関西大学	仲川 勇二	NAKAGAWA Yuji

1. はじめに

多目的最適化問題は、経済学、経営学、社会学、工学などあらゆる分野において存在している。そこで、実世界に存在する問題を解くことができる解法は非常に重要である。

変数が離散値である多目的最適化問題は、微分可能な関数に定式化し、変数を連続値として扱って解くか、解を数えあげる列挙法的アプローチで解くしかなく、解くことが困難であるとされている。しかし、実世界の問題では、微分可能な関数に定式化することも困難であることが多く、変数が離散値を取るものが多い。したがって、実用規模の多目的離散最適化問題の解法を用いることはとても重要である。

本研究では、大規模問題を扱える多目的離散最適化問題の解法を用い、実世界に存在する問題の応用例として、投資信託最適組み合わせ問題を考える。

2. 多目的離散最適化法

一般に、決定すべき空間が離散的であるような最適化問題を、離散最適化問題 (discrete optimization problem) と言う。このような離散最適化問題は次のように定式化される。

$$[P1] : \max f(x) = \{f_1(x), \dots, f_m(x)\}$$

$$\text{s.t. } g(x) \geq b$$

$$x \in X$$

ここで、 $x = (x_1, \dots, x_n)$ であり、 X は、 n 次元整数変数ベクトル、 $f(x) = \{f_1(x), \dots, f_m(x)\}$ は、 m 次元ベクトル目的関数、 $g(x)$ は制約である。

多目的離散最適化問題では、それぞれの目的関数に競合性があるため、複数の目的関数を同時に最適化するような解は存在しない。かつ、最適解はたった一つではなく、パレート最適解として存在する。

多目的最適化問題における目標は、このパレート最適解を探索することにある。そして、このパレート最適解の中から意思決定者の価値観に合った、単一解または適当な大きさの解集合を求めることが、実用上の問題となる。

2-1. モジユラ法

モジユラ法とは、ハイブリット DP/B&B を拡張した方法であり、分離可能な単一制約離散最適化問題を解くために効率がよいアルゴリズム設計法である。これは、複数のモジュールを単一のモジュールに統合することによってモジュール数を減らしていくというものであり、深測操作を用いて、

決定空間を縮小するものである。深測操作には、実行可能性操作、限界値操作、優越性操作があるが、多目的最適化法に関しては、実行可能性操作と限界値操作のみを使用する。

現在、モジュラ法を用いることによって、1000変数規模の非線形ナップサック問題を実用的な時間で解き得ることが報告されている[3]。

2-2. 単一標的問題

多目的離散最適化問題を実用的に取り扱えるように、まず、代理乗数 w を導入し、複数の目的関数を単一の目的関数に変換した後、その目的関数の最適値に ε のだけの幅を持たせる。このような問題を単一標的問題と呼ぶ。単一標的問題は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} \text{[P2]} : \quad & \text{target} \quad f(x) \geq f^{\text{opt}} - \varepsilon \\ & \text{s.t.} \quad g(x) \leq b \end{aligned}$$

$$\text{(但し, } \sum_{i=1}^m u_i = 1, u_i \geq 0 \text{)}$$

この代理問題のパレート最適解は厳密に原問題のパレート最適解となる。つまり、代理目的問題にモジュラ法を適用し、標的問題[2]を解き、同時にそれが原問題の解となることが証明されている。

3. 投資信託最適組み合わせ問題

投資信託では、何百ものファンドが存在するため、今までの離散最適化問題では解くことは困難であるとされてきたが、上記のような大規模な離散最適化問題を扱える解法を用いることによって、投資信託最適組み合わせ問題への適用も可能である。そ

こで、応用例として検討してみたいと思う。

現在、わが国の追加型株式投信で設定後一年以上経過した全ファンド数だけでも、1,396本ある（但し、ブル・ベア型のファンド、財形株投型、ミリオン型、限定追加型など特殊な運用型ファンドは除く）。

投資信託とは、複数の投資家の資金を集め、これをファンドとして証券運用の専門機関が主に証券に分散投資し、投資家の所有数に応じてその利益を分配する仕組みであり、プロによる専門的な運用能力を活用して様々な投資対象に分散投資を行い、投資家に簡便で高パフォーマンスかつ低リスクの投資手段を提供するものである。

今回は、その投資者（意思決定者）の満足度を満たすようなファンドの組み合わせのパレート解を列挙したいと思う。

その基準として、今回は、平成13年3月末日現在で24社存在する投資信託の評価会社の中からいくつかの評価会社を抽出し、その評価を最大化すべき目的関数として用いている。そして、すべての評価会社の評価が総合的に良いファンドの組み合わせのパレート解を列挙する。

参考文献

- [1] 仲川勇二：“離散最適化問題のための新解法”，電子情報通信学会論文誌，Vol. J73-A, No. 3, pp. 550-556 (1990)
- [2] 仲川勇二，疋田光伯：“多目的離散最適化問題のための対話型意思決定アルゴリズム”，日本経営工学会論文誌，Vol. 51, No. 3, pp. 197-202 (2000)
- [3] Y. Nakagawa and A. Iwasaki” Modular Approach for Solving Nonlinear Knapsack Problems”，IEICE Trans. Fundamentals E82-A (9), pp. 1860-1864 (1999)