2001年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
秋季研究発表会

欠測機構を考慮した株式取引コストの2段階推定

東京理科大学,（株）FEG　*角谷　督　KADOYA Susumu
01701440　東京理科大学　山口　俊和　YAMAGUCHI Toshikazu

1　目的

広義の取引コストには，ブローカーに支払う手数料や取引税だけではなく，マーケットインパクトなどの要素を含むものと考えられている．
具体的には，

(1) 手数料

(2) ビッド・アスクのスプレッド

(3) マーケットインパクト

(4) 執行されなかった売買の機会コスト

などが取引コストに含まれる．これらコストは，期待リターンを引き下げる効果をもつ．したがって，取引コストの推定は，取引の前に最適な取引戦略を策定し，或いは，最適なポートフォリオのアロケーションを導出するために必要と考えられている．そして，Grinold and Kahn (1995) により，株式の取引量に対する価格変化から，その主要部分をなすマーケットインパクトを推定する手法（在庫リスクモデル）が示されている．しかしながら，この手法では，取引量ごとの価格変化を把握するための大量のデータ収集が問題となる．

その一方，株式収益率の時系列のみを用いて取引コストを推定する方法に，LDV (Limited Dependent Variable) モデルによる推定法がある．LDVでは，真の株式収益率はCAPM (Capital Asset Pricing Model) に従っているが，観測される株式収益率は投資家の売買行動の結果を反映したものであり，期待収益率が取引コストを超過しない限り，合理的な投資家 (Informed Trader) は売買行動を起こさないと仮定される．したがって，流動性を確保するために行動する投資家 (Liquidity Trader) によってもたらされる株式変動は，いわゆるホワイトノイズであるため，真の株式の期待収益率が取引コストを賄えない場合には，結果として観測される収益率が 0% となる．この仮定のもとで，LDVモデルを株式収益率の時系列データに当てはめて，取引コストを推定するものである．

しかし，上記 LDV モデルを利用した推定では，株価収益率が CAPM に従わない場合には，買付コストと売却コストを合算した売買回転コストが意味を持つだけであり，これらを分離して推定することができないという問題点があった．

本研究は，株式収益率の時系列データに銘柄固有の変動要因が含まれる場合に，取引コストを，買付コストと売却コストとに分離して推定することを試みる．

2　モデル

CAPM が成立するなら，t 期の j 証券の真のリターンを R^*_{jt}，R_{mt} はマーケットリターンとすると，

$$R^*_{jt} = \beta_j R_{mt} + \varepsilon_{jt} \tag{1}$$

として表される．ただし，$\varepsilon_{jt} \sim N(0, \sigma_j^2)$ のホワイト・ノイズである．

いま，株価にネガティブな情報に基づいた取引のコストを α_{1j} ，ポジティブな情報に基づいた取引のコストを α_{2j} とする．このとき真のリターン R^*_{jt} と観測されるリターン R_{jt} の関係は

$$R_{jt} = \begin{cases} R^*_{jt} - \alpha_{1j}, & R^*_{jt} < \alpha_{1j} \quad (\text{状態}1) \\ 0, & \alpha_{1j} \leq R^*_{jt} < \alpha_{2j} \quad (\text{状態}2) \\ R^*_{jt} - \alpha_{2j}, & \alpha_{2j} \leq R^*_{jt} \quad (\text{状態}3) \end{cases} \tag{2}$$

となる．

3　パラメータ推定

パラメータ α_{1j} ,α_{2j} ,β_j ,σ_j を推定するために，取引コストが切片項の中に含まれるとして，以下の対数尤度関数 (3) を用いる．

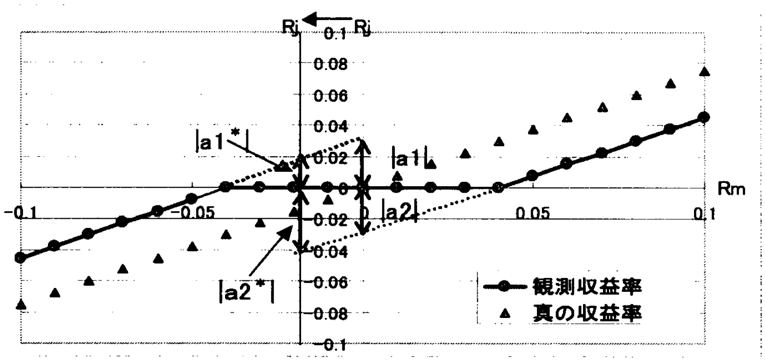

図 1: 観測収益率と真の収益率の関係

$$
\begin{aligned}
\ln L = &\sum_{\text{状態}1} \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_j^2}} \\
&- \sum_{\text{状態}2} \frac{1}{2\sigma_j^2}(R_{jt} + \alpha_{1j} - \beta_j R_{mt})^2 \\
&+ \sum_{\text{状態}2} \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_j^2}} \\
&- \sum_{\text{状態}3} \frac{1}{2\sigma_j^2}(R_{jt} + \alpha_{2j} - \beta_j R_{mt})^2 \\
&+ \sum_{\text{状態}2} \ln(\Phi_{j2} - \Phi_{j1}) \qquad (3)
\end{aligned}
$$

ここで

$$\Phi_{j1} = \Phi\left(\frac{\alpha_{1j} - \beta_j R_{mt}}{\sigma_j}\right), \Phi_{j2} = \Phi\left(\frac{\alpha_{2j} - \beta_j R_{mt}}{\sigma_j}\right)$$

Φ : 標準正規分布関数

Lesmond et al. (1999) では，計算上，収益率の状態を下記で規定する．

$$
\begin{aligned}
&\text{状態}1: \quad R_{mt} < 0, R_{jt} \neq 0 \\
&\text{状態}2: \quad R_{jt} = 0 \qquad (4) \\
&\text{状態}3: \quad R_{mt} \geq 0, R_{jt} \neq 0
\end{aligned}
$$

しかし，(4) 式は CAPM の成立を前提としており，株式収益率に銘柄固有変動の α が存在するなら，銘柄リターン R_j とマーケットポートフォリオの収益率 R_m は原点で交わらず，α が正なら下記の図1 のように y 軸 R_j を左にシフトさせて考える必要がある．このとき，取引コストは “売り” では $-|a1|$，“買い” では $|a2^*|$ となる．本研究ではパラメータの推定に Marsh(2000) を用いた 2 段階の推定法を提案し，売りコストと買いコストを分離推定する．具体的には，0 リターンを欠損値として扱い，欠測データが 状態1 と 状態3 のどちらに属するのかを決定する R_m の値を閾値として最初に推定し，その後 LDV モデルを利用する．

4 推定結果

大村ら (1998) では，銘柄の日次対数収益率の絶対値を当該銘柄の対数売買高で回帰させ，推定された回帰係数を比較することで，株価の下落時と上昇時での非対称性がいくつかの銘柄で見られるという特性を報告している．これは，株価の下落時には売買高が細ることが原因の 1 つと考えられる．今回の推定結果は，このような “売りコスト” と “買いコスト” の非対称性を確認するものとなった．数値については，当日報告する．

参考文献

[1] D. A. Lesmond, J. P. Ogden and C. A. Trzcinka, “A New Estimation of Transaction Costs,” *The Review of Financial studies* 12(5), 1999

[2] L. C. Marsh, “Correcting for Missing Discrete Responses in Bussiness Surveys,” *SAS Conference Proceedings*, SUGI, 25, 2000

[3] R. C. Grinold and R. N. Kahn, *Active Portfolio Management, McGraw-Hill*, 1995

[4] 大村敬一，宇野淳，川北英隆，俊野雅司 株式市場のマイクロストラクチャー，日本経済新聞社，1998