

放射・環状道路網を有する扇型都市における移動距離分布

02005260 慶應義塾大学 *鵜飼孝盛 UKAI Takamori

01107680 慶應義塾大学 栗田 治 KURITA Osamu

1 はじめに

これまで都市内の移動の距離分布について、その基礎的な研究として、円や矩形についての距離分布が求められている。(文献 [1],[2]) しかし現実の都市においては、地理的な制約により移動不可能な領域が存在することが多々ある。例えば東京や大阪などはその一角が海により削り取られている。歴史的に見ても、物流や防衛、生活に必要な水を確保するという理由から、海や河川の近くに多くの都市が築かれてきた。ここで、地理的に移動不可能な領域をもつ形状のうち比較的簡単な扇形について、その移動距離の分布を求めておくことに意味があるだろう。

本稿では扇型の都市に稠密な放射・環状型の道路網を仮定し、都市内に一様に人口が分布する場合の、道路網に沿った移動距離(以下放射・環状距離と呼ぶ)の分布を求める方法について述べ、その結果を示す。

2 モデルの定義

半径 α 、中心角 $\psi (> 4[\text{rad}])$ の扇形の領域内に、無限に稠密な放射・環状道路網を想定し、扇形の中心を原点とする極座標系で $P(p, \theta), Q(q, \omega), (0 \leq p, q \leq \alpha; 0 \leq \theta, \omega \leq \psi)$ とする。いま、2点 P, Q の角差を

$$\varphi = |\omega - \theta| \quad (1)$$

とすると、放射・環状距離 d は

$$d(P, Q) = \begin{cases} \min(p, q)\varphi + |p - q| & \varphi < 2 \\ p + q & \varphi \geq 2 \end{cases} \quad (2)$$

と表される。

3 固定点からの道路距離の分布

まず領域内に起点 P を固定し、この点から領域内の任意の点への放射・環状距離の累積分布関数 $F_P(t)$ を求める。これは起点 P から放射・環状距

離 t 以下の領域の面積を求め、都市の面積で除することで求められ、直交座標系から極座標系への変数変換によるヤコビアンを考慮して、

$$F_P(t) = \int \int_{d(P, Q) < t} \frac{2q}{\psi \alpha^2} dq d\omega \quad (3)$$

なる積分で表される。この領域の形状、すなわち q, ω の積分範囲は起点 P の位置と t, α によって変化するため、注意が必要である。(図1)

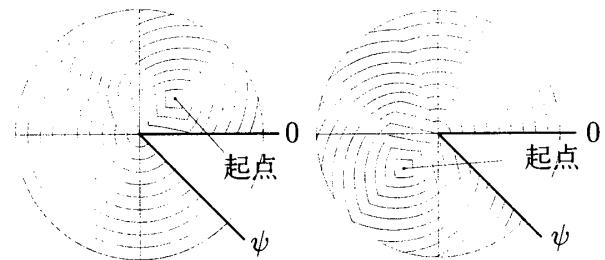


図1: 出発地による放射・環状距離の等高線の例示。

さらに、上記の $F_P(t)$ を t で微分することで、確率密度関数を求めることが出来る、

$$f_P(t) = \frac{dF_P(t)}{dt} \quad (4)$$

4 一様な2点間の道路距離の分布

前述の式(3)に P の密度を乗じたものを、 P に関して意味のある範囲、すなわち都市領域全体で積分することで、一様な2点間の放射・環状距離の累積分布関数を求める。

$$F(t) = \int_0^\alpha \int_0^\psi \frac{2p}{\psi \alpha^2} F_P(t) d\theta dp \quad (5)$$

被積分関数 $F_P(t)$ は図1のような構造を有し、多岐にわたる場合分けを生じる。同時にこれらの場合分けは t の値によって変化するため、上式の被積分関数、積分範囲に注意を払う必要がある。

式 (5) を t で微分することで領域内の任意の 2 点間の放射・環状距離の確率密度関数が求まる。

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \quad (6)$$

$t < \alpha$ のとき

$$\frac{2}{3\alpha^4\psi^2} [4\{\alpha^2(3t - 2\alpha) \log(1 - \frac{t}{\alpha}) - t^3 \log(\frac{2\alpha}{t} - 2)\} + t\{t^2\psi^2 + (12\alpha^2 - 11t^2)\psi - 4(\alpha - t)(2\alpha + 3t)\}],$$

$t \geq \alpha$ のとき

$$\frac{2}{3\alpha^4\psi^2} [4\{\alpha^2(3t - 2\alpha) \log(\frac{t}{\alpha} - 1) - t^3 \log(2 - \frac{2\alpha}{t})\} - (2\alpha - t)\{4(\alpha - t)(4\alpha - t) + \psi(5t^2 + 10\alpha t - 16\alpha^2) + \psi^2(2\alpha^2 - 2\alpha t - t^2)\}].$$

図 2 に $\psi = \frac{7}{4}\pi$ のとき、及び円盤状での放射・環状距離の確率密度関数を示す。

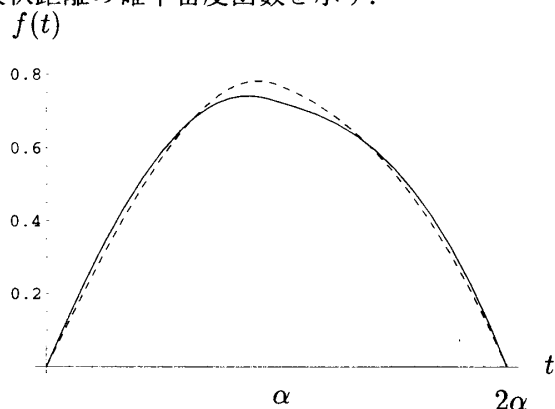


図 2: 放射・環状距離の確率密度関数. ($\psi = \frac{7}{4}\pi$, 点線は円盤における放射・環状距離のもの [3])

5 特性値の計算

扇型都市での放射・環状距離の平均、分散を計算する。上で求めた確率密度関数を用いて計算しても良いが、ただ平均や分散を求めるだけであればより簡単に求めることが出来る。まず、出発地 $P(p, \theta)$ を固定した場合の平均を求める。

$$\bar{d}_P = \int_0^\psi \int_0^\alpha d(P, Q) \frac{2q}{\psi\alpha^2} dq d\omega. \quad (7)$$

次にこれを意味のある範囲で積分することで、領域全体の放射・環状距離の平均が求まる。

$$\begin{aligned} \bar{d} &= \int_0^\psi \int_0^\alpha \bar{d}_P \frac{2p}{\psi\alpha^2} dp d\theta \\ &= \frac{4(16 - 24\psi + 15\psi^2)}{45\psi^2} \alpha. \end{aligned} \quad (8)$$

2乗の平均も同様にして求めることができ、分散は

$$\sigma^2 = \frac{(225\psi^4 + 2520\psi^3 - 10296\psi^2 + 12288\psi - 4096)}{2025\psi^4} \alpha^2$$

となる。 ψ による平均の変化を図 3 に、分散の変化を図 4 に示す。円盤での放射・環状距離の平均

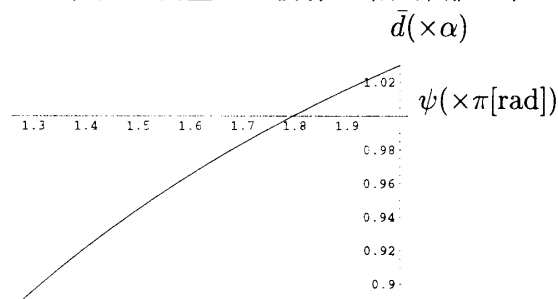


図 3: ψ による放射・環状距離の平均の変化。

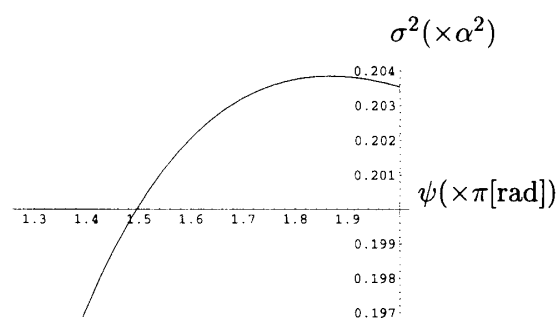


図 4: ψ による放射・環状距離の分散の変化。

均、分散はそれぞれ $0.9938\alpha, 0.1939\alpha^2$ である [3]。移動不可能な領域が大きい場合、迂回による移動距離の増加と、内陸部から移動不可能な領域への（移動距離の大きい）移動がなくなることによる移動距離の減少が相殺する傾向にあるが、分散は常に大きくなる。

参考文献

- [1] 谷村秀彦, 腰塚武志他 (1986): 都市計画数理, 朝倉書店
- [2] 栗田 治 (1984): 放射・環状道路網における道路距離と直線距離, 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集, 2-A-4, p.101-102.
- [3] 栗田 治・塩野直志 (1999): 道路網の形と移動距離の特性, 慶應義塾大学理工学部管理工学科 Technical Report, No.99001.