

# 不審船舶に対する哨戒オペレーションの ゲーム理論モデル

02991920	防衛大学校	*柳 在学	RYU Jaehak
01000890	防衛大学校	飯田 耕司	IIDA Koji
01504810	防衛大学校	宝崎 隆祐	HOZAKI Ryusuke
01110110	防衛大学校	小宮 享	KOMIYA Toru

## 1 本研究の問題

本研究では、不審船舶(目標)が密航者の潜入や密輸等(以下、目標の任務という)を企図し、複数の海上路の一つを選んで我が領海内に潜入しようとする状況を考え、これに対する海上警備の哨戒オペレーションをゲーム理論モデルで分析する。ここで警備側(探索者)は一定の探索兵力を各海域に配備して常統的に哨戒を実施し、目標の任務達成の阻止に努める。この状況では目標は当然哨戒されていることを予測し、警備の手薄な海域を選び、厳重な警戒の下に探索者を探索しつつ海域に侵入する。従って目標海域内では目標と探索者が互に相手を探し合う双方向的な搜索状況となる。ここで目標側が探索者を先制探知したならば、直ちに回避し、島陰に隠れたり漁船を装う等の欺瞞行動をとり、そのために探索者の目標探知能力は低下する。一方、目標は、この退避行動により彼の任務達成が妨げられ、その状況では潜入を諦めて海域を離脱する場合もある。上述の搜索状況は目標の侵入海域の選択及び探索兵力の配備戦略と、海域内の相互搜索の二重の意味で双方向的な搜索となる。本研究では、相互搜索モデルから目標及び探索者の先制探知確率を定式化し、それによって搜索状態の状態推移率を求め、搜索プロセスを5状態(相互搜索、目標退避、目標探知、目標の任務達成、目標離脱)の連続時間吸収マルコフ連鎖モデルに定式化する。次に目標の探知、任務達成、離脱の吸収確率を求め、それによって探索者の支払関数を定義し、2人零和の搜索ゲームを定式化し、探索兵力の配分と目標の侵入路選択の最適戦略とゲームの値を求める。従って本研究は、(1)相互搜索モデル、(2)マルコフ連鎖モデル、(3)搜索ゲームモデル、の3つの部分からなるが、本報告では(1)の相互搜索モデルを省略し、状態推移率が既知として(2)のマルコフ連鎖モデルによる搜索過程の特性分析と、(3)のゲーム理論モデルの解について述べる。

## 2 海上警備のマルコフ連鎖モデル

本節では目標が選択した海域内の哨戒オペレーションを考える。その海域には探索兵力  $\phi$  が投入されているとする。上述した双方向的な捜し合いの哨戒オペレーションの状況は、探索者と目標の状態によって定義される次の5状態によって表すことができる。

- ・ 状態1 : 相互搜索状態: 目標と探索者が搜索し合っている状態。
- ・ 状態2 : 目標の退避状態: 目標が探索者を先制探知し、退避行動をとっている状態。
- ・ 状態3 : 目標探知状態: 探索者が目標を探知した状態(吸収状態)

- ・ 状態4 : 目標の成功状態: 目標が任務達成に成功した状態(吸収状態)
- ・ 状態5 : 目標離脱状態: 目標が任務を断念し海域を離脱した状態(吸収状態)

上記の各状態間の推移に関わる生起事象の関係をまとめれば表1のとおりである。従って、哨戒オペレーションのプロセスは図1で表される。表1中の  $\lambda_{12}, \lambda_{13}, \lambda_{23}$  は相互搜索の先制探知モデルから求められ、その他はデータから推定される。なお、これらの  $\lambda_{ij}, \phi$  は海域ごとに異なるものとする。

表1: 生起事象と状態推移の関係

状態	最初の生起事象	推移先	推移率
1:相互搜索	目標の先制探知	2	$\lambda_{12}\phi$
	探索者の先制探知	3	$\lambda_{13}\phi$
	目標の任務成功	4	$\lambda_{14}$
2:目標の退避	相互搜索状態復帰	1	$\lambda_{21}$
	探索者の目標探知	3	$\lambda_{23}\phi$
	目標の任務成功	4	$\lambda_{24}$
	目標の海域離脱	5	$\lambda_{25}$
3:目標探知	吸収状態		
4:目標の成功			
5:目標離脱			

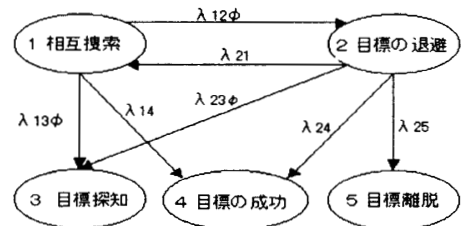


図1: 状態推移図

### 2.1 推移確率密度関数行列

図1の確率過程においてプロセスが  $t$  時間状態  $i$  に滞留した後、状態  $j$  に推移する推移確率密度関数  $g_{ij}(t)$  は次式となる。

$$[g_{ij}(t)] = \begin{bmatrix} 0 & \phi\lambda_{12}e^{-\lambda_1 t} & \phi\lambda_{13}e^{-\lambda_1 t} & \lambda_{14}e^{-\lambda_1 t} & 0 \\ \lambda_{21}e^{-\lambda_2 t} & 0 & \phi\lambda_{23}e^{-\lambda_2 t} & \lambda_{24}e^{-\lambda_2 t} & \lambda_{25}e^{-\lambda_2 t} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

なお,  $\lambda_1 = \lambda_{12}\phi + \lambda_{13}\phi + \lambda_{14}$   
 $\lambda_2 = \lambda_{21} + \lambda_{23}\phi + \lambda_{25}$

## 2.2 再生密度関数 $h_{ij}(t)$

状態  $i$  から出発したプロセスが幾つかの推移の後, 時点  $t$  に状態  $j$  に推移する確率密度を  $h_{ij}(t)$  と書けば, 次式が成り立つ.

$$h_{ij}(t) = g_{ij}(t) + \sum_l \int_0^t h_{il}(t-\tau)g_{lj}(\tau)d\tau. \quad (2)$$

$h_{ij}$  は上式に式 (1) の  $g_{ij}$  を代入してラプラス変換し,  $h_{ij}$  について解いた後, 逆変換すれば容易に求められる.

## 2.3 状態確率

初期時点で状態 1 にあったプロセスが, 時点  $t$  で吸収状態  $j(j = 3, 4, 5)$  にある確率  $P_{1j}$  は次式で求められる.

$$P_{1j}(t) = \int_0^t h_{1j}(\tau)d\tau. \quad (3)$$

目標の海域への出現時刻は不明であるので哨戒は常続的に行われる. 従って式 (3) において  $t \rightarrow \infty$  の極限を考えれば状態 3, 4, 5 の吸収確率  $P_s, P_t, P_e$  (探索者の目標探知確率, 目標の任務成功確率, 目標離脱確率) が次式で求められる.

$$\begin{aligned} P_s(\phi) (= P_{13}(\infty)) &= \frac{\lambda_{23}(\lambda_{13} + \lambda_{12})\phi^2 + \lambda_{13}(\lambda_{21} + \lambda_{24} + \lambda_{25})\phi}{D(\phi)}, \\ P_t(\phi) (= P_{14}(\infty)) &= \frac{(\lambda_{12.24} + \lambda_{14.23})\phi + \lambda_{14}(\lambda_{21} + \lambda_{24} + \lambda_{25})}{D(\phi)}, \\ P_e(\phi) (= P_{15}(\infty)) &= \frac{\lambda_{12.25}\phi}{D(\phi)}, \\ D(\phi) &= \lambda_{23}(\lambda_{13} + \lambda_{12})\phi^2 + (\lambda_{12.24} + \lambda_{12.25} + \lambda_{13.21} + \lambda_{13.24} \\ &\quad + \lambda_{13.25} + \lambda_{14.23})\phi + \lambda_{14}(\lambda_{21} + \lambda_{24} + \lambda_{25}). \end{aligned}$$

上式について次の予備定理 1 が証明される.

**予備定理 1**  $\lambda_{13}/\lambda_{23} > \lambda_{14}/\lambda_{24}$  ならば,  $P_s(\phi)$  は狭義の凹関数であり,  $P_t(\phi)$  は狭義の凸関数である.

( $\lambda_{ij}$  についての条件は現実的な状況では通常成り立つ.)

## 3 探索ゲーム

前節では目標が出現した海域における哨戒プロセスの特性を調べたが, 次に目標の海域が  $m$  個あるときの目標の海域選択と, 探索者の兵力配分を求める探索ゲーム・モデルを定式化する. 探索者の純粋戦略を哨戒兵力配分  $\Phi = \{\phi_i, i = 1, 2, \dots, m\}$ , 目標の純粋戦略を選択海域  $k \in \{1, 2, \dots, m\}$  で定義する. 最大化プレイヤーを探索者とし, 目標を探知したときには得点  $\alpha$ , 目標が任務を断念し海域を離脱したときには得点  $\beta$  ( $\alpha \geq \beta$ ), 目標が任務成功のときには罰金  $\gamma$  とする. ゆえに, 探索者のゲームの支払関数  $g(\Phi, k)$  は次式となる.

$$g(\Phi, k) = \alpha P_s(\phi_k) + \beta P_e(\phi_k) - \gamma P_t(\phi_k). \quad (4)$$

また任務達成を目指す目標は  $g(\Phi, k)$  を最小化する最小化プレイヤーであり, 問題は 2 人零和ゲームでモデル化される. 次の予備定理 2 が証明される.

**予備定理 2** 支払関数  $g(\Phi, k)$  は任意の  $k$  に対して  $\phi_k$  の強意の単調増加, 強意の凹関数である.

上記の予備定理 2 により, 本研究のゲームは,  $\Phi$  の凹ゲームとなり, 最適戦略は最大化プレイヤー (探索者) の純粋戦略  $\Phi^* = \{\phi_k^*\}$ , 最小化プレイヤー (目標) の混合戦略  $P^* = \{p_k^*\}$

となる ( $p_k$  は目標が海域  $k$  を選択する確率). このときゲームの期待支払  $G(\Phi, P)$  は次式となる.

$$G(\Phi, P) = \sum_{k=1}^m p_k [\alpha P_s(\phi_k) + \beta P_e(\phi_k) - \gamma P_t(\phi_k)]. \quad (5)$$

また各海域の探索者の努力配分  $\phi_k$ , 及び目標が海域  $k$  を選択する確率  $p_k$  には次の制約条件が課せられる.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^m \phi_k &\leq C, \quad \phi_k \geq 0, \\ \sum_{k=1}^m p_k &= 1, \quad p_k \geq 0. \end{aligned} \quad (6)$$

従ってこの問題は式 (6) の制約の下で式 (5) の  $G$  について最適戦略  $(\Phi^*, P^*)$  を求める 2 人零和ゲームとして定式化される.

## 4 探索ゲームの解

式 (4)~(6) で定式化された 2 人零和ゲームの最適戦略について次の予備定理 3 が証明される.

**予備定理 3** 探索者及び目標の最適戦略は, 全ての海域  $k$  において  $\phi_k^* > 0, p_k^* > 0$  である.

**定理** 探索者と目標の最適戦略は次式で求められる.

$$\begin{aligned} g(\phi_k^*, k) &= \zeta, \quad k = 1, 2, \dots, m, \\ p_k^* \frac{dg(\phi_k^*, k)}{d\phi_k} &= \mu, \quad k = 1, 2, \dots, m, \\ \sum_{k=1}^m \phi_k^* &= C, \quad \phi_k^* > 0, \quad k = 1, 2, \dots, m, \\ \sum_{k=1}^m p_k^* &= 1, \quad p_k^* > 0, \quad k = 1, 2, \dots, m, \\ \mu &> 0. \end{aligned}$$

またゲームの値は次式となる

$$V = G(\Phi^*, P^*) = \zeta.$$

## 5 感度分析

数値例についてのシステム・パラメータの感度分析は発表会当日紹介する.

## 6 まとめ

本報告では不法侵入船舶に対する海上警備の哨戒オペレーションをマルコフ連鎖で定式化し, ゲーム理論モデルで最適戦略を分析した. このモデルにより不審船舶に対する効率的な哨戒兵力配分が求められ, 現実的な哨戒オペレーションの効率化に有用な知識が得られた.

## 参考文献

- [1] 飯田耕司, 石橋督悦, 防衛大学校理工学研究報告, 30(1992), pp.61-71.
- [2] Iida, K. and Hohzaki, R., *Mathematica Japonica*, 44(1996), pp.245-260.
- [3] 飯田耕司, 探索理論, 探索オペレーションの数理, MORS 会, 1998.