

カルマンフィルタを用いた自動車販売台数予測

01001600 成蹊大学 *上田 徹 UEDA Tohru

中村 剛 NAKAMURA Tuyoshi (現在 NEC)

1. まえがき

カルマンフィルタ^[1]は予測誤差を調整しながら予測を進めるため短期間の予測では大きな誤差を避けることができる。また、ロジスティックモデルや Bass モデルのような生態学的予測モデルはモデルの係数に定性的な意味があり、長期の構造を説明するのに適しているが、短期的には大きな誤差が生じる可能性がある。そこで、これらの方法の長所だけを組み合わせるロジスティックモデルのカルマンフィルタによる近似法^[2]を提案した。ここでは、Bass モデルのカルマンフィルタ近似も加えて、自動車販売台数に適用し、その有効性を確認する。

2. 各種モデルのカルマンフィルタ近似

時点 n でのトレンドや季節性などに関する状態を表す変数 $x(n)$ を推定・予測したいものとする。時点 n から時点 $(n+1)$ への状態変化は、雑音 $U(n)$ を考慮して構造(システム)方程式で与えられるものとする。

時点 n での観測値 $y(n)$ は、トレンド成分 $T(n)$ と周期成分 $S(n)$ と雑音 $w(n)$ の和で表されるものとする。トレンド成分、周期成分に関しては、通常

$$\nabla^k T(n) = u(n), \quad \nabla T(n) \equiv T(n) - T(n-1)$$

$$\nabla^k T(n) = u(n), \quad \nabla T(n) \equiv T(n) - T(n-1) \quad (1)$$

$$\sum_{i=0}^{s-1} S(n-i) = v(n) : \text{雑音} \quad (2)$$

が成り立つものとしている。〔式(1)を滑らかなト

レンドと呼ぶ〕

ここでは生態学的予測モデルを用いてトレンド項 $T(n)$ を近似することを考える。

2.1 ロジスティックモデル^[2]

需要予測によく使われるモデルであるロジスティックモデルは次式で表される。

$$\frac{dT(t)/dt}{T(t)} = a_1 \left(1 - \frac{T(t)}{m} \right) \quad (3)$$

m : 総(最終)需要

上式の微分を差分で表現し、時点 n での増加率は時点 $(n-1)$ で決まるとすると、

$$T(n+1) - T(n) = a_1 T(n) \left(1 - \frac{T(n-1)}{m} \right) \quad (4)$$

とする近似が考えられる。そして

$$c_{n-1} = 1 - \frac{T(n-1)}{m} \quad (5)$$

$$T(n+1) = \{a_1 c_{n-1} + 1\} T(n) \quad (6)$$

と表すことができる。時点 n で c_{n-1} を確定値として扱えば、式(6)がトレンド表現となる。

2.2 Bass モデル I

新製品拡散モデルとして知られている Bass モデル^[3]は

$$dT(t)/dt = \{m - T(t)\} \{a_1 + (\beta_1/m) T(t)\} \quad (7)$$

と表現される。ロジスティックモデルと同様に左辺の微分を差分で表現し、右辺の時点調整を行うと

$$T(n+1) - T(n) = \{m - T(n-1)\} \{ \alpha_1 + (\beta_1/m) T(n) \} \quad (8)$$

となる。ここで

$$c_{n-1} = m - T(n-1) \quad (9)$$

と置き換えると

$$T(n+1) = \{1 + (\beta_1/m) c_{n-1}\} T(n) + \alpha_1 c_{n-1} \quad (10)$$

となる。式(10) がトレンド表現となる。

次に逆向きカルマンフィルタ^[1]システムも

$$T(n) - T(n-1) = \{m - T(n+1)\} \{ \alpha_2 + (\beta_2/m) T(n) \} \quad (11)$$

と変更し、

$$T(n-1) = \{1 - (\beta_2/m) c_{n+1}\} T(n) - \alpha_2 c_{n+1} \quad (12)$$

とする。

式(12)は、逆向きカルマンフィルタにおけるトレンド表現となる。

2.3 BassモデルⅡ

式(12)の右辺第2項は $T(n-1)$ の1次式なのでそのまま用いることとし、

$$T(n+1) = \{1 + (\beta_1/m) c_{n-1}\} T(n) + \alpha_1 \{m - T(n-1)\} \quad (13)$$

をトレンド表現とする。

逆向きカルマンフィルタもシステムを変更し、

$$T(n-1) = \{1 + (\beta_2/m) c_{n+1}\} T(n) + \alpha_2 \{m - T(n+1)\} \quad (14)$$

をトレンド表現とする。

式(13),(14)を式(10),(12)の代わりに用いる。

3. モデル評価

本節では 1995年5月～2000年5月の自動車販売台数月別データを予測誤差評価用に用いる。

表1に各モデルの評価結果を示す。ただし、表中の誤差は相対誤差である。

この表から、滑らかなトレンドモデルでは $k=2$

よりも $k=1$ の方が精度がよい。また、パラメタ数は滑らかなトレンドモデルよりも、ロジスティックモデルで2個増え、Bassモデルで4個増えていることを考慮しても、生態学的予測モデルの方が、精度が良いことが分かる。

4. まとめ

節2で提案したモデルでは既存の滑らかなトレンドモデルよりもいい結果が得られた。しかし、ARモデルを取り込んだモデルも検討の必要がある。また、生態学的予測モデルでは、パラメタは、 m を与えたもとの最小自乗誤差基準で決定しており、その取り方で相当差が出るが、これも今後の課題である。競争を考慮にいれたモデルも精度評価したいと考えている。

参考文献

- [1] 上田 徹：「予測手法(1)：時系列予測法」オペレーションズ・リサーチ(1994.6)
- [2] 中村、上田：「非線形モデルに対するカルマンフィルタ適用の検討」2001年度OR秋季大会
- [3] F.M.Bass：「A New Product Growth Model for Consumer Durables」, Management Science, 15, 5 (1969)

表1 各モデルの精度

		滑らか		Logis	Bass	
		k=2	k=1		I	II
トヨタ	尤度	-207	-195	-174	-170	-170
	誤差	0.36	0.29	0.21	0.20	0.19
ニッサン	尤度	-160	-150	-127	-124	-127
	誤差	0.29	0.25	0.17	0.17	0.17
ホンダ	尤度	-163	-152	-132	-140	-141
	誤差	0.34	0.28	0.200	0.23	0.23