

AHPの選好順位逆転をめぐる調査研究

01307784 三菱電機 * 高橋 理 TAKAHASHI Satoru

01307154 大阪大学 田地 宏一 TAJI Kouichi

01104744 名城大学 木下 栄蔵 KINOSHITA Eizo

1 はじめに

Saaty の提案した AHP[1] は実際的な多目的意思決定手法の 1 つとしてさまざまな分野で広く利用されている。一方で、AHP を用いたときに発生する現象として、代替案の追加や削除により既存代替案の選好順位が逆転することが知られており、この現象に対する解釈をめぐる、これまでにさまざまな改良モデルが提案されている。本研究では、AHP が選好順位逆転をもたらす原因を分析するとともに、主な改良モデルの比較を行なう。

2 AHP と選好順位逆転

Saaty の提案した AHP は、意思決定問題を評価基準と代替案からなる階層構造に表現する。そして、同一階層にある評価項目から作成した一対比較行列の主固有ベクトルをその成分和が 1 になるように正規化することによって評価項目の重要度を求め、評価基準の重要度とその評価基準のもとでの代替案重要度の加法和により、代替案の総合重要度を求めるものである。この従来型 AHP モデルは、ある評価基準の下にある評価項目の重要度を和が 1 になるように正規化する過程が、評価基準の重要度を分配するイメージとして考えられることから、Distributive model [1] と呼ばれる。

AHP の選好順位逆転現象は、いったん選好順位を決定した代替案集合に、既存代替案とまったく同じ属性値をもつコピー代替案を追加した結果、個々の評価基準の下における既存代替案間での一対比較結果には変化がなくても、総合的な選好順位が逆転することを示した Belton らの指摘 [2] に端を発する。その後、属性値がまったく異なる代替案の追加によっても選好順位が逆転する事例も報告されている。さらに、二項関係が推移律を満たすような代替案集合において、すべての代替案を同時に評価して得た順位づけが、二項関係の推移律から導かれる順位づけと異なる事例 [3] が最近になって報告されており、Distributive model の

不合理性が明らかになった。一方で、順位逆転は起こりうるものとの立場をとる研究もあり、これまでに順位逆転の解釈について最終的な決着はついていない。

3 改良モデルの比較

これまでに提案されている主な改良モデルは、Distributive model の手続きのうち、代替案重要度の決定に際して主固有ベクトルを和が 1 になるように正規化する部分、または、総合重要度を加法和により求める部分に修正を加えている。前者は、順位逆転の原因を、和を 1 とする正規化では代替案の追加により他の代替案の重要度も変わりうることによると考えたものである。また、後者は、加法和では一対比較により求めた重要度の比率尺度が保たれないことを根拠としている。以下、各モデルの改良点について要約する。

3.1 Belton-Gear's model

Belton ら [2] が順位逆転の事例を報告した際に同時に提案したモデルである。主固有ベクトルの成分和を 1 とする正規化に代えて、成分の最大値 (最も重要な代替案の重要度) を 1 とする正規化を行なう。また、代替案の追加などによって、ある評価基準のもとで最大値が変更された場合にはそれに合わせて他の代替案の重要度も変化するが、その重要度変化を打ち消すように評価基準の重要度を変更する。

3.2 Ideal model

前節の Belton-Gear モデルでは、代替案の追加に対して評価基準の重要度を変更することが評価基準と代替案は互いに独立であるとした AHP の仮定に反するとの観点に立ち、主固有ベクトルの成分のうち最大のものを 1 とする正規化に改め、評価基準の重要度は如何なる場合にも変更しないモデルである [4]。最大値が変わる代替案の追加があると順位逆転が起こりうるということが報告されている。

3.3 Schoner and Wedley's models

評価基準の重要度は代替案と無関係に決まるわけではなく、各評価基準の下にある1つまたは複数の代替案評価値が評価基準の重要度に影響を及ぼすことを想定したものであり、Schoner and Wedleyらにより発表された。すべての代替案が評価基準に影響を与えると考えた Referenced model [5]、各評価基準に影響を与える代替案を1つだけと想定した Linking-pins model [6]、評価基準に影響を与える代替案を複数個と想定した Benchmark model [7]がある。いずれも、評価基準に影響を及ぼす特定代替案の重要度と和が1となるように正規化し、各評価基準の下で特定代替案を選択することを前提にして、評価基準の対比較を行なう。また、代替案の追加によって特定代替案の重要度と和が変化した場合に限り、その変化を打ち消すように、評価基準の重要度を変更する。

3.4 Descriptive model

選好順位逆転は日常の意思決定過程で起こりうるものと考え、これを適切に記述することを目指したモデルである [8]。選好順位逆転の原因を意思決定手続きの変化または推移律の侵害と定義し、いずれかの原因が起こった場合にのみ順位逆転を許容する。前者の原因に対応して、各評価基準のもとで満足/不満足境界線を示す希求水準を仮想的な代替案として追加し、代替案重要度の決定に際しては希求水準を1とする正規化を行なう。また、後者の原因に対応して、対比較の不整合度合に応じて評価基準の重要度を修正する。

3.5 Dominant model

ある特定の代替案(支配代替案)が評価基準や代替案の重要度づけに影響を及ぼす状況を想定したモデルである [9, 10]。評価基準同士の対比較は、各評価基準のもとで支配代替案を選択することを前提にして行なう。また、代替案の対比較においては、各代替案と支配代替案との対比較だけを行ない(全対比較を行なっても良い)、支配代替案の重要度を1に正規化する。さらに、支配代替案が複数個ある場合に対応した重要度決定法(一斉法)も提案されている。

3.6 Multiplicative model

評価項目の対比較から得られる重要度は比率尺度に従っているが、総合重要度の計算に加法和

を利用すると、この比率尺度は維持されなくなる。これが順位逆転の原因だとし、加法和に代えて、乗法形の統合を行なう [3]。

4 おわりに

選好順位逆転を巡る解釈はモデルによりさまざまであるが、いずれのモデルとも、Distributive modelの手順には不備があるという点では一致している。一方、改良モデルの中には選好順位逆転現象を解消していても、回答困難な対比較を必要とするなど AHP の簡便さが喪失されたものもある。今後は、簡便さや合理性に加えて、集団意思決定や ANP への対応化などの観点からさらなる比較を進める所存である。

参考文献

- [1] T. L. Saaty : *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, 1980
- [2] V. Belton and T. Gear : The Legitimacy of Rank Reversal: A Comment., *Omega*, Vol. 13, No. 3, pp. 143-144, 1985
- [3] E. Triantaphyllou : Two new cases of rank reversals when the AHP and some of its additive variants are used that do not occur with the multiplicative AHP, *Journal of multi-criteria decision analysis*, Vol. 10, pp. 11-25, 2001
- [4] E. H. Forman : Ideal and distributed synthesis modes for the analytic hierarchy process, *George Washington University Working Paper*, 1993
- [5] B. Schoner and W. C. Wedley : Ambiguous Criteria Weights in AHP: Consequences and Solutions, *Decision Sciences*, Vol. 20, No. 3, pp. 462-475, 1989
- [6] B. Schoner, W. C. Wedley and E. U. Choo: A unified approach to AHP with linking pins, *European Journal of Operational Research*, Vol. 64, pp. 384-392, 1993
- [7] W. C. Wedley, E. U. Choo and B. Schoner : Benchmark Measurement: Between Relative and Absolute, *Proc. of International Symposium on Analytic Hierarchy Process*, pp. 335-345, 1996
- [8] 田村坦之, 高橋 理, 鳩野逸生, 馬野元秀 : 階層化意思決定法 (AHP) の記述的モデルの提案と選好順位逆転現象の整合的解釈, *Journal of Operations Research Society of Japan*, Vol. 41, No. 2, pp. 214-227, 1998
- [9] 木下栄蔵, 中西昌武 : AHP における新しい視点の提案, *土木学会論文集*, No. 569/4-36, pp. 1-8, 1997
- [10] E. Kinoshita and M. Nakanishi : Proposal of New AHP Model in Light of Dominant Relationship among Alternatives, *Journal of Operations Research Society of Japan*, Vol. 42, No. 2, pp. 180-197, 1999