

# 烏賊の最適防衛政策

01204194 流通科学大学情報学部 三道 弘明 SANDOH Hiroaki

## 1. はじめに

烏賊は、外敵に襲われて捕まりそうになったとき、その敵から逃げ延びるために墨汁を吐き出すことは周知のとおりである。本研究では、烏賊が保持する墨汁の量を離散量で表現し、烏賊が外敵に襲撃される時間間隔が互いに独立で、かつ同一の確率分布に従うものとした上で、外敵から自身を守るために烏賊が一度に噴出すべき墨汁の量を決定するための2通りの政策を提案した。ひとつは、烏賊が保持する墨汁の量が  $i (i = 1, 2, \dots, n)$  単位であるとき、外敵に捕まりそうになれば  $k_i$  単位の墨汁を吐くという政策である。いまひとつは、保持する墨汁の量が  $K (K = 1, 2, \dots, n)$  以上であるときには、 $K$  単位の墨汁を吐き、 $K$  単位未満の場合には所有しているすべての墨汁を噴出するという政策である。

本研究では、このような2通りの政策に対して、マルコフ決定過程によるモデル構築を試みた。ここでは、烏賊が外敵に襲われ、死亡するまでの平均寿命に関する定式化を行った。また、本モデルに基づきコンピュータ・シミュレーションを行い、シミュレーションの結果に基づき最適政策に関する考察を行う。

## 2. 記号と仮定

本研究では、烏賊が墨汁囊に保持している墨汁の量を離散量で表現し、次のように仮定する。

- (1) 墨汁の最大保持可能量は  $n (> 0)$  単位である。
- (2) 烏賊が外敵に襲われる時間間隔は、互いに独立に同一の確率分布 (分布関数  $F(t)$ ) に従う。
- (3) 烏賊が外敵に捕まりそうになった場合、 $k$  単位の墨汁を吐き出すことで逃げ延びられる確率は  $p(k)$  である。但し、 $p(k)$  は  $k$  に関して非減少関数である。
- (4) 烏賊が1単位当たりの墨汁を生産するのに必要な時間は  $T$  である。
- (5) 烏賊の自然死はここでは考慮せず、外敵の襲撃による死亡のみについて考える。

以上のような仮定の下、本研究では次の2通りの防衛政策について考える。

[政策1]  $i (i = 0, 1, 2, \dots, n)$  単位の墨汁を保持している烏賊が、外敵に襲撃され捕まりそうになれば、一気に  $k_i (\geq 0)$  単位の墨汁を噴出する。但し、 $k_0 = 0$  である。

[政策2]  $K (K = 1, 2, \dots, n)$  単位以上の墨汁を保持する烏賊が、外敵に捕まりそうになったとき、一気に  $K$  単位の墨汁を吐き出す。 $K$  単位未満の墨汁しか保持していない場合には、その時点で保持している墨汁をすべて吐き出す。

上述したような政策を前提としたとき、本研究の仮定の下では、外敵に襲われそうになった烏賊が墨汁を噴出し、その外敵からうまく逃げ延びられた時点を生産点とするマルコフ決定過程 [1] ~ [4] を形成する。以下では、政策1, 2のそれぞれに対して、烏賊が外敵に襲撃され死亡するまでの平均寿命に関する定式化を行う。

## 3. マルコフモデル

### 3.1 政策1

政策1の下では、烏賊が外敵に襲われ死亡するまでの平均寿命は次のように定式化可能である。

状態  $n$  にある烏賊、すなわち保持可能な最大量の墨汁を所有する烏賊は、これ以上の墨汁を生産することはできない。このような烏賊が、時刻  $x$  で外敵に襲われそうになったとき、 $k_n$  単位の墨汁を噴出しても逃げ延びられない確率は  $1 - p(k_n)$  である。この場合の烏賊の寿命は  $x$  で終わることとなる。これに対し、 $k_n$  単位の墨汁を吐き出したことで逃げ延びられる確率は  $p(k_n)$  である。さらに、烏賊がうまく逃げ延びられたとき、既に  $k_n$  単位の墨汁を消費しているため、逃げ延びた直後の烏賊の状態は  $n - k_n$  である。このことから、状態  $n$  で  $k_n$  の墨汁を吐き出し、外敵からうまく逃げ延びた烏賊の寿命は  $x + m_{n-k_n}$  となる。よって、状態が  $n$  である烏賊の平均寿命に関しては、次式

が成立する.

$$m_n = \int_0^\infty \{x[1-p(k_n)] + (x+m_{n-k_n})p(k_n)\} dF(x) \quad (1)$$

式(1)より

$$m_n = \mu + m_{n-k_n}p(k_n) \quad (2)$$

を得る. ここに,  $\mu$  は

$$\mu = \int_0^\infty x dF(x) \quad (3)$$

で与えられ, 平均襲撃時間間隔を表す.

同様に,  $i$  単位の墨汁を保持する鳥賊が外敵に襲撃されそうになると,  $k_i$  単位の墨汁を噴出することから, このような鳥賊の平均寿命  $m_i$  は

$$\begin{aligned} m_i &= \mu + \sum_{j=0}^{n-i} m_{i+j-k_{i+j}} p(k_{i+j}) \{F[(j+1)T] - F(jT)\} \\ &\quad + m_{n-k_n} p(k_n) \bar{F}[(n-i)T] \quad (4) \\ &\quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1. \end{aligned}$$

状態  $n$  から生存を開始した鳥賊が外敵からの襲撃によって死亡するまでの平均寿命は  $m_n$  である. よって, これを最大にするような  $k_i (i = 1, 2, \dots, n)$  を求めればよい. しかし, 式(2), (4)で与えられる連立方程式を解くことは困難であり, よって  $m_n$  を陽に示すことも困難である.

### 3.2 政策2

政策2の下では, 状態  $i$  が  $i \geq K$  である場合には, 外敵に捕まりそうになったとき,  $K$  単位の墨汁を噴出する. しかし, 状態  $i$  が  $i < K$  である場合には, その時点で保持している  $i$  単位の墨汁をすべて消費する. このことをマルコフ決定過程に基づいて定式化すると

$$m_n = \mu + m_{n-K} p(K) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} m_i &= \mu + \sum_{j=0}^{K-i} m_{i+j} p(i+j) \{F[(j+1)T] - F(jT)\} \\ &\quad + \sum_{j=K}^{n-i} m_{i+j-K} p(K) \{F[(j+1)T] - F(jT)\} \\ &\quad + m_{n-K} p(K) \bar{F}[(n-i)T] \quad (6) \\ &\quad i = 0, 1, 2, \dots, K-1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_i &= \mu + \sum_{j=0}^{n-i} m_{i+j-K} p(K) \{F[(j+1)T] - F(jT)\} \\ &\quad + m_{n-K} p(K) \bar{F}[(n-i)T] \quad (7) \\ &\quad i = K, K+1, K+2, \dots, n-1. \end{aligned}$$

が得られる. 但し

$$\bar{F}(t) = 1 - F(t) \quad (8)$$

である. 式(5)の  $m_n$  を最大にするような  $K$  を求めればよいが, ここでも式(5), (6), (7)の連立方程式を解くことが困難であり, よって  $m_n$  を解析的に求めることも困難である.

以上に展開したように, 政策1, 2ともに鳥賊の平均寿命を最大にするような政策について解析することは困難である. このため, 本研究ではコンピュータ・シミュレーションを実施し, シミュレーション結果に基づいて考察を行う.

## 4. シミュレーション

以下のシミュレーションにおいては, 鳥賊が  $k$  単位の墨汁を噴出したとき, 外敵から逃れられる確率, すなわち生存確率  $p(k)$  を次式で与えることとする.

$$p(k) = 1 - q^{k+1}, \quad 0 < q < 1 \quad (9)$$

シミュレーション結果の詳細については, 紙数の関係上当日報告させて頂く.

## 参考文献

- [1] Ross, S. M. (1970), *Applied Probability Models with Optimization Applications*. Holden-Day: San Francisco.
- [2] Ross, S. (1996), *Stochastic Processes, Second edition*. John Wiley & Sons: New York.
- [3] Howard, R. A. (1960), *Dynamic Programming and Markov Processes*. MIT Press: Cambridge.
- [4] Puterman, M. L. (1994), *Markov Decision Processes*. John Wiley & Sons: New York.