

項目間類似度を考慮したファジィ測度の構成

01900831 北海道教育大学旭川校 *若林高明 WAKABAYASHI Taka'aki
01606491 北海道工業大学 三田村保 MITAMURA Tamotsu

1 はじめに

ファジィ測度 [1] はある項目集合のべき集合に対してその重要度を対応させる集合関数である。ファジィ測度を構成するに当たっては、項目間の連関を考慮することが望ましい。これを考慮したファジィ測度としては、 λ -ファジィ測度や北垣の ρ -ファジィ測度 [2][3] などがあるが、前者は項目間の連関を表すパラメータ λ を各々の項目間の連関の度合いにかかわらず特定の値に固定しなければならないという難点があり、後者は、各々の項目間の連関の度合いを考慮できるものの、連関の度合いを相関係数という統計量で表しており、連関の度合いを何らかの定量的な方法で求めることとなる。しかし、評価において質的データを扱う上では必ずしも適当ではない。そこで、考え方としては後者に基づくが、項目集合上のファジィ関係で表現される類似度により連関の度合いを表し、これを考慮したファジィ測度の構成方法を提案する。

2 r -ファジィ測度およびその他の諸定義・諸記号

本節では、項目間類似度を考慮したファジィ測度である r -ファジィ測度の定義および本稿で使用するその他の諸定義および諸記号を述べる。

定義 1 評価値ベクトル $e = (e^1, e^2, \dots, e^n)$:

項目集合 X の各項目 x_1, x_2, \dots, x_n に対する評価者の主観的評価値を成分とするベクトルである。成分 e_i は評価者が項目 x_i を重要視する度合い (メンバシップ値) であり、 $0 \leq e_i \leq 1, \forall i$ である。

定義 2 ファジィ測度 μ :

有限集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ のべき集合を 2^X とするとき、 2^X から $[0, 1]$ への集合関数 μ が次の性質をもつとき、 μ はファジィ測度と呼ばれる。

1. $\mu(\phi) = 0, \mu(X) = 1$ (有界性)
2. $A, B \in 2^X, A \subset B$ ならば $\mu(A) \leq \mu(B)$ (単調性)

定義 3 類似度行列 $R = (r_{ij})$:

各要素 r_{ij} が項目 x_i と x_j の類似度を表すファジィ関係行列である。可到達 (反射的かつ推移的) な対称行列である。

類似度により項目間の連関の度合いを考慮した r -ファジィ測度を以下で定義する。

定義 4 r -ファジィ測度 :

$$\underline{\mu}(S) = \frac{1}{K} \left[\left\{ \sum_{k \in J} \left(\bigwedge_{j \in J, j \neq k, e^k \leq e^j} (1 - r_{kj}) \right) \right\} \bigvee_{j \in J} \left\{ \bigvee_{j \in J} \mu(S \setminus \{x_j\}) \right\} \right] \quad (1)$$

$$\bar{\mu}(S) = \frac{1}{K} \left[\left\{ \sum_{k \in J} \left(\bigwedge_{j \in J, j \neq k, e^k \leq e^j} (1 - r_{kj}) \right) \right\} \bigwedge_{t \in I \setminus J} \left\{ \bigwedge_{t \in I \setminus J} \mu(S \cup \{x_t\}) \right\} \right] \quad (2)$$

但し、 K は定数、 $S \subseteq X$ 、 J は S に、 I は X に対応する添字集合、 $S \setminus \{x_j\}$ は S から x_j を除いた集合、 \bigwedge, \bigvee はそれぞれ、最小値と最大値を取る演算である。両式共、第一の中括弧の $\bigwedge (1 - r_{kj})$ の部分では着目している要素 x_k とそれよりも重要度の低い要素との比較は意味が少ないと考えられるので $e^k \leq e^j$ なる条件を付加している。 $e^k \leq e^j$ なる j が存在しない場合は 1 とする。(2) 式で $S = X$ の場合、第二の中括弧の値は $1 (= \underline{\mu}(X))$ とする。また、 $k \neq j$ なるすべての (k, j) に対して $r_{jk} = 0$ ならば、これらの測度は、 X の単一要素についての測度の比がその主観的重要度の比に等しい加法的測度となる。両式の第一の中括弧内の $\bigwedge(\cdot, \cdot)$ の式

は、他の要素との類似度の高い要素の重要度を減らす役割を果たし、第二の中括弧は単調性を満たすためのものである。

3 数値例

項目集合を $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, 各項目に対する主観的重要度のベクトルを $e = (.2, .3, .5, .7)$ とする。 X に関する類似度行列 R は図1のように与えられるとする。参考までに、これをグラフ表現したものを図2に示す。このとき、 X の各部分集合に対

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & .9 & .6 & .6 \\ .9 & 1 & .6 & .6 \\ .6 & .6 & 1 & .7 \\ .6 & .6 & .7 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

図1: 類似度行列 R

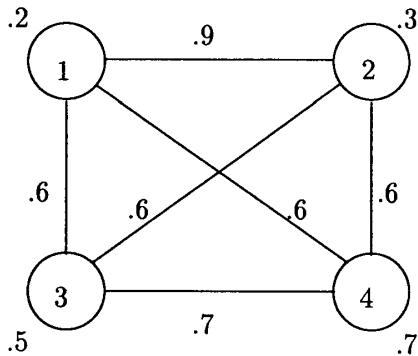


図2: 類似度行列のグラフ表現

する r -ファジィ測度の値は表1のようになる。また、参考として、 λ -ファジィ測度 $g_\lambda (\lambda = 1.0)$ および X の単一要素についての測度の比がその主観的重要度の比に等しい加法的測度の値を記す。但し、 $\underline{\mu}$ については K の値を (1) で $S = X$ として求め ($K = 1.4$), $\bar{\mu}$ については、 K の値を (2) 式で $S = X$ として求めた場合 ($K = 1.4$) と $\bigvee_{i \in I} \bar{\mu}(X \setminus \{x_i\}) = 1$ となるように求めた場合 ($K = 1.3$) を示す。本数値例では $\underline{\mu}$ は加法的であり、他の要素との類似度が高い

部分集合	$\underline{\mu}$	$\bar{\mu}$ K=1.4	$\bar{\mu}$ K=1.3	g_λ $\lambda=1.0$	加法的 測度
{1}	.071	.071	.077	.091	.118
{2}	.214	.204	.231	.136	.176
{3}	.214	.204	.231	.226	.294
{4}	.500	.401	.473	.317	.412
{1,2}	.286	.286	.308	.239	.294
{1,3}	.286	.286	.308	.338	.412
{1,4}	.571	.561	.615	.437	.529
{2,3}	.429	.357	.414	.393	.471
{2,4}	.714	.561	.651	.496	.588
{3,4}	.714	.561	.651	.615	.706
{1,2,3}	.500	.500	.538	.519	.588
{1,2,4}	.786	.786	.846	.632	.706
{1,3,4}	.786	.786	.846	.762	.824
{2,3,4}	.929	.929	1.000	.835	.882

表1: 各部分集合に対するファジィ測度の値

要素の測度が小さくなっていることにのみ、項目間の類似度が反映されている。また、 $\bar{\mu}$ は複数の項目からなる部分集合の測度が劣加法的である場合 (例えば $\bar{\mu}\{2\} + \bar{\mu}\{3\} > \bar{\mu}\{2,3\}$) も優加法的である場合 (例えば $\bar{\mu}\{1\} + \bar{\mu}\{4\} < \bar{\mu}\{1,4\}$) もあり、各項目間毎の類似度がこの部分にも反映されている。この点では好ましいモデルであるといえる。

4 おわりに

本稿では、類似度により項目間の連関を考慮したファジィ測度として r -ファジィ測度を提案した。今後の課題としては、具体的な評価問題への応用が挙げられる。

参考文献

- [1] 日本ファジィ学会編: "ファジィ測度", 日刊工業新聞社 (1993)
- [2] 北垣郁雄: "意識調査にかかわるデータ解析のための ρ -ファジィ測度について", 信学論, J71-A,5,pp.1213-1214(1988)
- [3] 北垣郁雄: "ファジィ評価システムの開発研究", 信学論, J74-D-I,2,pp.101-108(1991)