

線分都市におけるフロー捕捉型施設の最適配置

01205430 筑波大学 *鈴木 勉 SUZUKI Tsutomu

1. はじめに

従来の施設配置モデルは、施設に対する需要は空間上の一点に対して与えられていることを前提にしたものがほとんどであった。都市計画での応用上、これは主として夜間人口、すなわち住宅の分布をベースとする計画論に対応していた。しかし、モータリゼーションの進展により生活圏が広範囲にわたるようになった現在、通勤経路上の託児需要や買物需要に対する駅型保育所やショッピングセンターのように、勤務地と住宅地といった二点の組（フロー）に対して与えられる需要を前提とすべき施設も存在する。本稿は、こうしたフローに基づく需要を考慮した施設配置モデルを取り上げ、線分都市における最適配置を求めることにより、解の基本的性質を明らかにすることを目的とする。

2. 捕捉フロー最大化モデル（カバリング問題）

本稿では、 $[-1, 1]$ の線分状の1次元都市モデルを考える。但し、原点を中心に対称であるとし、以下 $[0, 1]$ の区間のみを取り上げる。居住地と従業地の人口密度分布として

$$f(x) = 2(1-x), \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (1)$$

$$g(y) = 2(a-y)/a^2, \quad 0 \leq y \leq a \quad (2)$$

を考え、両者を起点・終点としてそれらの間にそれぞれの密度の積に比例したフロー（通勤流動）が発生すると仮定する（中心を跨る流動は発生しないとす）。起終点の組合せを2次元平面に図示すると図1のようになる。

このような設定で、いま、立地点を通過するフローを捕捉可能な n 個の施設をこの線分上の r_1, r_2, \dots, r_n ($0 < r_1 < r_2 < \dots < r_n < 1$) に配置することを考えよう。捕捉可能な起終点の組合せは図1 ($n=2$ の例)の薄いハッチ部の領域で表されるので、捕捉可能なフロー量は

$$FC = \sum_{i=0}^n \int_{r_i}^{r_{i+1}} \left(\int_0^{r_i} f(x)g(y)dx + \int_{r_{i+1}}^1 f(x)g(y)dx \right) dy \quad (3)$$

となる。但し、 $r_0 = 0, r_{n+1} = a$ である。

FC を最大にする配置 $r_i (i=1, \dots, n)$ を $n=1, 2, 3$ に関して数値的に求めると、図2のようになる。最適配置は a の増大（就業地の拡散）にしたがって都心から遠ざかっていくことや、配置の間隔が都心に近いほど若干短くなること等が読み取れる。

3. 総迂回距離最小化モデル（ミニサム問題）

居住地・従業地の人口密度分布や発生するフローは前章と同じであるとして、各フローが必ず施設に立ち寄るときに必要な迂回距離の総和を最小化する施設配置を考えよう。元来の総移動距離は一定である

ので、施設を経由する場合の総移動距離を最小化する問題と同義である。

線分状に立地点を経由するフローの迂回距離を最小化するように n 個の施設を r_1, r_2, \dots, r_n に配置することを考えると、迂回の必要な起終点の組合せは図1の白抜部の領域で表され、片道の迂回距離は各領域に示した式で表されるので、総迂回距離は

$$\begin{aligned} TD = & \int_0^1 \left(\int_0^{r_1} 2(r_1-y)f(x)g(y)dx + \int_{r_1}^1 2(r_1-x)f(x)g(y)dx \right) dy \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} \left[\int_{r_i}^{r_{i+1}} \frac{r_i+r_{i+1}}{2} \left\{ \int_{r_i}^{r_i} 2(x-r_i)f(x)g(y)dx \right. \right. \\ & + \int_y^{r_i+r_{i+1}-y} 2(y-r_i)f(x)g(y)dx \\ & + \int_{r_i+r_{i+1}-y}^{r_i} 2(r_{i+1}-x)f(x)g(y)dx \left. \left. \right\} dy \right. \\ & + \left. \frac{r_i+r_{i+1}}{2} \left\{ \int_{r_i}^{r_i+r_{i+1}-y} 2(x-r_i)f(x)g(y)dx \right. \right. \\ & + \int_{r_i+r_{i+1}-y}^y 2(r_{i+1}-y)f(x)g(y)dx + \int_y^{r_{i+1}} 2(r_{i+1}-x)f(x)g(y)dx \left. \left. \right\} \right] \\ & + \int_{r_n}^a \left\{ \int_{r_n}^y 2(x-r_n)f(x)g(y)dx + \int_y^1 2(y-r_n)f(x)g(y)dx \right\} dy \end{aligned} \quad (4)$$

により求められる。

TD を最小にする配置は、 $n=1$ に関しては以下のように解析的に求められる。

$$r_1^* = \frac{a - \sqrt{2a^{\frac{3}{2}} + a^2}}{1 + a^2} \quad (5)$$

$n > 1$ についても数値的に求めると、図3のような配置が得られる。

前章と同様、最適配置は a の増大（就業地の拡散）にしたがって都心から遠ざかり、配置の間隔が都心に近いほど若干短くなる。

しかし、捕捉フロー最大化の解と総迂回距離最小化の解はやや異なる。図4は $n=1$ の場合の比較、図5は $n=2$ の場合の比較を行ったものである。 a を0から1まで変化させると、 a が小さいうちは捕捉フロー最大化配置の方が急速に都心から離れるが、その後広がり方は急減し、総迂回距離最小化配置の方が広がり方が速くなる。このように両者の解はやや異なった様相を持つ。

4. おわりに

本論文では、フローに基づく需要に対するフロー捕捉型施設配置問題を考え、居住地と就業地間に発生する通勤流動に対する最適配置を1次元空間で求め、就業地の集中/拡散と最適配置の関係を考察した。

有益なご示唆を戴いた University of Alberta の M. J. Hodgson 教授に感謝致します。なお、本研究は日本学術振興会特定国派遣研究者事業および外国人招へい研究者事業による成果の一部である。

参考文献

- [1] Hodgson, M. J. (1981): The location of public facilities intermediate to the journey to work, *Reg Stu*, 15, 493-506.
- [2] Hodgson, M. J. (1990): A flow-capturing location-allocation model, *Geog Anal*, 22, 270-279.
- [3] 松戸利一・大津 晶・腰塚武志 (1999): 通勤行動と施設配置, OR 学会春季アブストラクト集, 94-95.
- [4] 大澤義明 (1986): 橋の本数と迂回の関係について, 日本都市計画学会学術研究論文集, 21, 241-246.

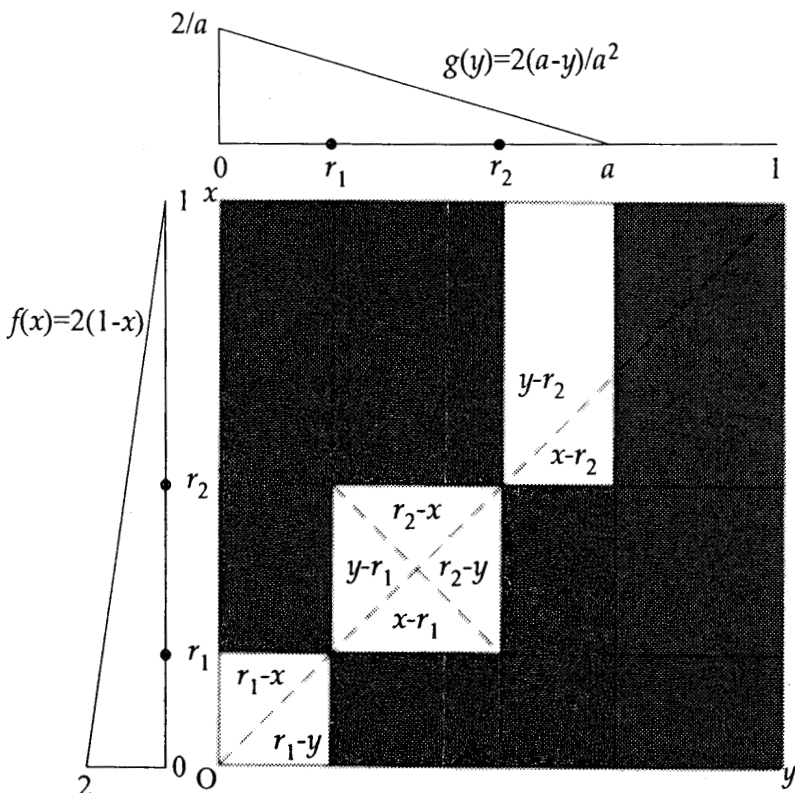


図1. 起終点密度分布と捕捉フロー・迂回距離 (施設数=2)

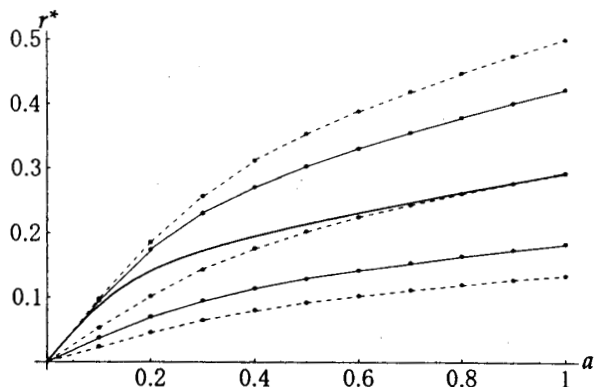


図2. 捕捉フロー最大化施設配置 (実曲線: n=1, 実折線: n=2, 破折線: n=3)

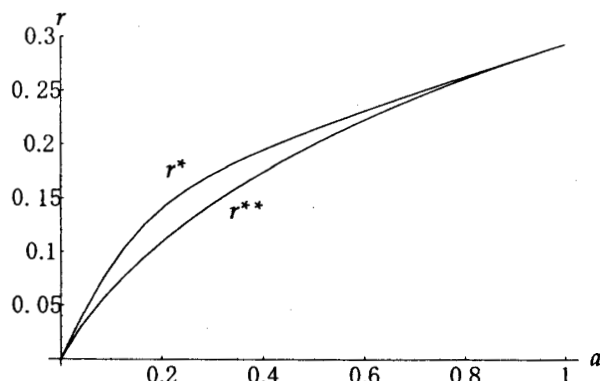


図4. 捕捉フロー最大化配置と総迂回距離最小化配置の比較 (n=1)

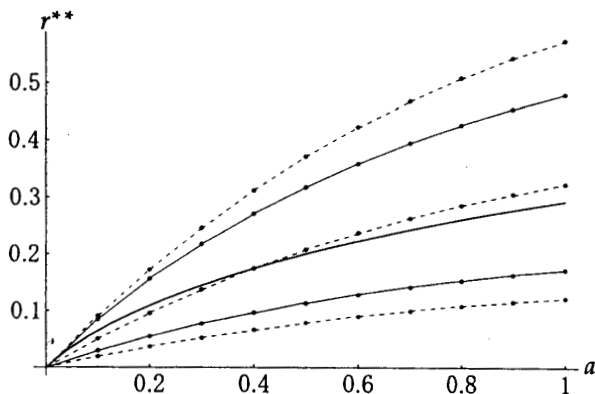


図3. 総迂回距離最小化施設配置 (実曲線: n=1, 実折線: n=2, 破折線: n=3)

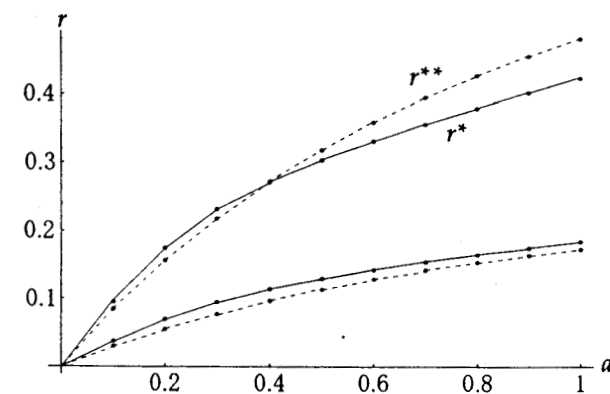


図5. 捕捉フロー最大化配置と総迂回距離最小化配置の比較 (n=2)