

符号付きグラフの擬-集群化可能性の拡張について

On an extension of quasi-clusterability of signed graphs

会員番号 02003650 東京工業大学 *猪原 健弘 INOHARA Tekehiro

1 はじめに

本報告では、符号付きグラフの擬-集群化可能性の拡張を行う。これまで、符号付グラフの理論は、グラフ内の頂点を「意思決定主体」、グラフの辺やそれに割り当てられている符号を「主体相互の評価」とみなすことで社会システムの記述に用いられてきた [8]。しかし従来は、肯定的な自己評価しか扱われていなかった。つまり、主体は自分自身に対しては肯定的な評価を与えていると仮定されて分析が行われてきたのである。

現実には、自己に対して否定的な評価を与えている主体もいる [9]。そこで、報告では、否定的な自己評価も許容した符号付きグラフを扱い、「擬-集群化可能性」の概念 [10] の拡張を行う。この拡張により、より一般的な社会状況の記述が可能となり、特に、認定投票方式を採用した代表者選択の意思決定状況に関する示唆が得られる。

2 分離可能性

集群化可能性の概念 [1] は、社会心理学における Heider のバランス概念 [2] を特徴付けるために用いられた「分離可能性」の概念 [3] 一般化である。Heider のバランス概念では、任意に選んだ自分、他者、第三者という3人の主体に対して、(1) 自分が他者に肯定的な感情を持っている場合には、自分と他人が持っている第三者に対する意見が一致している。(2) 自分が他者に否定的な感情を持っている場合には、自分と他人が持っている第三者に対する意見が異なっている。という条件が成立している場合、その集団内の主体の感情は安定していると考えられる。

Cartwright and Harary [3] は、「集団内の感情が安定であるための必要十分条件は、その集団が分離可能であることである」と、Heider のバランス概念を「分離可能性」で特徴付けた。ここで、ある集団が「分離可能」であるというのは、その集団が「2つ」のグループに分割でき、(1) 同一のグループに属する主体は互いに肯定的な感情を持っている。(2) 異なるグループに属する主体は互いに否定的な感情を持っている。ということを満たすことを指す。

3 集群化可能性

集群化可能性の概念は、「3つ以上」のグループに分割できる集団を表すために用いられる。つまり、ある集団が「集群化可能」であるというのは、その集団が「3つ以上」のグループに分割でき、(1) 同一のグループに属する主体は互いに肯定的な感情を持っている。(2) 異なるグループに属する主体は互いに否定的な感情を持っている。ということを満たすことを指す。

集団内の主体の感情の安定性を論じている研究に Newcomb [4] によるものがある。Newcomb は、任意に選んだ自分、他者、第三者という3人の主体に対して、(1) 自分が他者に肯定的な感情を持っている場合には、自分と他人が持っている第三者に対する意見が一致している。(2) 自分が他者に否定的な感情を持っている場合には、自分と他人が持っている第三者に対する意見はどのようなものでもよい。ということを満たしている場合、その集団内の主体の感情は安定していると考えられる。

Inohara [5, 10] は、Newcomb の意味での感情の安定性を用いて集団の集群化可能性を特徴付けた。さらに Inohara [6, 10] は、集群化可能性の概念の一般化にあたる「擬-集群化可能性」の概念を定義して、認定投票方式を用いて代表者を選ぼうとしている集団を分析している。

4 否定的自己評価

しかしながら、上記のすべての研究において、「各主体は自分自身に対して肯定的な感情を持っている」と仮定されている。

現実には、否定的な自己評価を持つ主体もいる [9]。集団の中に否定的な自己評価を持つ主体が存在する場合の、Heider や Newcomb の意味での感情の安定性や分離可能性、集群化可能性、そして擬-集群化可能性などの概念の間の関係はどのようになっているのだろうか。基本的な性質については [11] で研究されている。この報告では、特に、否定的な自己評価を許容した場合、擬-集群化可能性がどのように拡張されるかについての知見を紹介する。

5 モデル

本報告の分析に用いる主要な数理的概念は以下の通りである。

定義 1 (集団) $N = \{1, 2, \dots, n\}$ を主体全体の集合とする。任意の $i \in N$ と任意の $j \in N$ に対して、 e_{ij} で、主体 i が持っている主体 j への感情を表す。 e_{ij} は「+」か、あるいは「-」という値のうちいずれかをとり、「+」は肯定的感情、「-」は否定的感情を表す。任意の $i \in N$ に対して、 $e_i = (e_{ij})_{j \in N}$ とし、さらに $e = (e_i)_{i \in N}$ とする。集団は、 N と e の組 (N, e) で表される。□

定義 2 (Newcomb の安定性) 符号付きグラフ (N, e) が $C \subset N$ に関して Newcomb の意味で安定であるとは、任意の $i \in N$ と任意の $j \in N$ に対して、 $[[e_{ij} = -]$ 、または $[\forall j' \in C, e_{ij'} = e_{jj'}]$ が成り立つ場合をいう。□

定義 3 (一般集群化可能可能性) 集団 (N, e) が一般集群化可能であるとは、 N の分割 $\{M, L, P\}$ 、 M の分割 $\{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ 、そして L の分割 $\{L_1, L_2, \dots, L_m\}$ が存在して、(1) $1 \leq \forall k, \forall k' \leq m, \forall i \in M_k, \forall j \in M_{k'}, [k = k' \leftrightarrow e_{ij} = +]$ 、(2) $1 \leq \forall l, \forall k \leq m, \forall i \in L_l, \forall j \in M_k, [l = k \leftrightarrow e_{ij} = +]$ 、(3) $\forall i \in M \cup L \cup P, \forall j \in L \cup P, e_{ij} = -$ 、かつ、(4) $\forall i \in P, \forall j \in M, e_{ij} = -$ を満たす場合をいう。□

定義 4 (一般擬-集群化可能性) 集団 (N, e) が $C \subset N$ に関して一般擬-集群化可能であるとは、(1) 符号付きグラフ (C, e_C) が C の分割 $\{M, L, P\}$ 、 M の分割 $\{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ 、そして L の分割 $\{L_1, L_2, \dots, L_m\}$ に関して一般集群化可能であり、(2) $N \setminus C$ の分割 $\{Q, R\}$ と Q の分割 $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\}$ が存在して、

1. $1 \leq \forall k, \forall q \leq m, \forall i \in M_k, \forall j \in Q_q, [k \neq q \rightarrow e_{ij} = -]$ 、
2. $\forall i \in M \cup L, \forall j \in R, e_{ij} = -$ 、
3. $1 \leq \forall l, \forall q \leq m, \forall i \in L_l, \forall j \in Q_q, [l \neq q \rightarrow e_{ij} = -]$ 、
4. $\forall i \in P, \forall j \in Q, e_{ij} = -$ 、
5. $1 \leq \forall q, \forall k \leq m, \forall i \in Q_q, \forall j \in M_k, [q = k \leftrightarrow e_{ij} = +]$ 、
6. $\forall i \in Q, \forall j \in L \cup P \cup R, e_{ij} = -$ 、
7. $1 \leq \forall q, \forall q' \leq m, \forall i \in Q_q, \forall j \in Q_{q'}, [q \neq q' \rightarrow e_{ij} = -]$ 、かつ、
8. $\forall i \in R, \forall j \in M \cup L \cup P \cup Q, e_{ij} = -$ 。

を満たす場合をいう。□

6 分析と結論

本報告では、擬-集群化可能性の拡張として一般擬-集群化可能性の概念を提案した。そして、Newcomb の安定性との関連として、

命題 1 符号付グラフ (N, e) が $C \subset N$ に関して Newcomb の意味で安定であるとき、またそのときに限って、 (N, e) は C に関して一般擬-集群化可能である。□

という命題を得た。詳細については口頭発表で述べる。

参考文献

- [1] J. A. Davis, Clustering and Structural Balance in Graphs, *Human Relations* 20 (1967) 181-187.
- [2] F. Heider, Attitudes and Cognitive Organization, *The Journal of Psychology* 21 (1946) 107-112.
- [3] D. Cartwright and F. Harary, Structural Balance: A Generalization of Heider's Theory, *The Psychological Review* 63 (1956) 277-293.
- [4] T. M. Newcomb, Interpersonal balance, In R.P. Abelson, E. Aronson, W. J. McGuire, T. M. Newcomb, M. J. Rosenberg, and P. H. Tannenbaum, eds., *Theories of Cognitive Consistency: A Sourcebook*, Chicago: Rand-McNally, 1968.
- [5] T. Inohara, Characterization of Clusterability of Signed Graph in terms of Newcomb's Balance of Sentiments, *Applied Mathematics and Computation* (印刷中).
- [6] T. Inohara, Clusterability of Groups and Information Exchange in Group Decision Making with Approval Voting System, *Applied Mathematics and Computation* (印刷中).
- [7] T. Inohara, Negative Self Evaluation and Clusterability of a Group, VALDES Research Paper Series E, No.02-01, February, 2002.
- [8] 平松 閣 編著, 「社会ネットワーク」, 福村出版, 1990.
- [9] ハワード・W・テイラー著, 三隅二不二監訳, 「集団システム論」, 誠信書房, 1978.
- [10] 猪原健弘, 「感情と認識」, 勁草書房, 2002.
- [11] 猪原健弘, 否定的自己評価と集群化可能性について, 2002年日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会, 富山国際会議場大手町フォーラム, 2002年3月27-28日, pp.88-89.