

ジョブの分岐と時間重複生産を許すスケジューリング問題のジョブの諸性質

02002990 東洋大学 *今泉 淳 IMAIZUMI Jun
01603200 早稲田大学 森戸 晋 MORITO Susumu

1 はじめに

筆者らは、現実のシステム [1] を抽象化した 2 工程並列機械フローショップスケジューリングモデルを考え、評価尺度の異なる二つの問題に対する解法を開発した [2][3]。これらモデルは従来の問題と異なりジョブの分岐と時間重複生産を許すため、解法を構築する上での工夫が必要であったが、ジョブの開始・終了時刻の性質に関して従来型モデルとの違いを分析する余地が残されていた。本稿では、解法での利用を念頭に置き、ジョブの分岐と時間重複生産をもたらすジョブの開始・終了時刻の性質に関して考察する。

2 用語の定義

上記の研究 [2][3] が対象とするモデルの最大の特徴は、2 工程並列機械フローショップ問題において、

ジョブの分岐 一つのジョブにおいて、第 1 工程の作業に後続する第 2 工程の作業が複数ある。

時間重複生産 第 1 工程の作業の終了を待たずに、既に第 1 工程で加工済みの中間品を使って第 2 工程の作業を開始できる。

ということを許す点に集約できる。これ以上のモデルの詳細は今泉と森戸 [2][3] に譲り、重要なものを再掲し新たに必要する用語を説明する。

親作業・子作業 第 1 工程の作業を親作業と呼びこれが中間品を作り出し、第 2 工程の作業を子作業と呼びこれが中間品を消費する。

作業の中間品換算量 親作業の場合は加工終了までに作り出す中間品の総量であり、子作業の場合はある特定の子作業が加工開始から加工終了までに消費する中間品の総量である。問題のデータである。

親作業の累積生産量 時間の経過に伴う親作業の中間品の累積生産量。

子作業の累積消費量 時間の経過に伴う子作業の中間品の消費生産量。

3 前提条件

本稿では、議論の一般化と単純化のために今泉と森戸 [2][3] の問題に対していくつかの前提条件を置く。

時間の連続化 時間は時刻 0 からの連続時間で考える。ある特定のジョブに着目する 他のジョブが存在せず、機械が常に利用可能である状況を仮定する。

親作業の開始は時刻 0 とする 親子の相対的関係を論じる場合には、親作業の開始時刻が 0 であることを仮定しても一般性は失わない。

親作業が作った中間品は子作業は即座に使用できる 親作業が加工を終えた中間品は、その加工が終わった瞬間に子作業にとって利用可能となる。

4 記号と概念の定義

以下のような記号を定義する。

P	親作業の加工時間
p_i	子作業 i の加工時間
V	親作業の中間品換算量
v_i	子作業 i の中間品換算量
b_i	子作業 i の開始時刻

また、加工のスピードとは、各作業の、

$$\frac{\text{中間品換算量}}{\text{加工時間}}$$

すなわち、親作業ならば加工中における累積生産量の傾き (単位時間毎の親作業の中間品生産量)、子作業ならば加工中における累積消費量の傾き (単位時間毎の子作業の中間品消費量) と定義する。

5 開始時刻に関するジョブの性質

5.1 子作業間の開始時刻

ジョブの分岐と時間重複生産が並列機械フローショップで許されると、親作業の終了を待たなくても開始できる子作業が生じる場合があるが、在庫が負になることは許されず (中間品在庫の推移は非負)、中断も許されない

ことから、子作業同士の開始時刻に依存関係が生まれることがある。

すなわち、ある特定の子作業の開始時刻によって別の子作業の開始可能な時刻が変化しえる。本稿では、子作業が2つの場合に限定して、親作業と子作業の加工時間や加工のスピードに関して考え得る場合それぞれに対して成立する性質を簡単に述べる。

5.2 親・子の加工時間と加工スピード

親子の長さや加工スピードに関して、「子作業がいくつかであっても特定の子作業 i^* に関して $\frac{v_{i^*}}{p_{i^*}} \geq \frac{V}{P}$ が成り立てば、 $p_{i^*} > P$ である」という性質が成り立つ。一方、 $\frac{v_i}{p_i} < \frac{V}{P}$ であっても、親子の加工時間の大小関係に関して何と言え、 $p_i \geq P$ のときは $\frac{v_i}{p_i} \leq \frac{V}{P}$ である。

すなわち親作業に対して子作業は、

- a) 加工時間が長い
- b) 加工時間は短くスピードが速い
- c) 加工時間が短くスピードが遅い

のいずれに分類でき、子作業が2つの場合に限定するとこれらの組合せの6つの場合があり得る。

5.3 性質

上記のような子作業の組合せそれぞれに対して、上記の表記を用いて「(a,b)」のように記し、子作業の組合せそれぞれに応じて成り立つ性質を示す。なお、紙面の関係で証明は省略する。

(1) (a,a) の場合

この場合は、全ての子作業の加工終了の時点で累積消費量の総和が V になることから、子は親の開始以降任意の時刻に開始可能であり、これは子作業の数にかかわらず成立する。

性質 1 $p_i \geq P (v_i)$ ならば、全子作業の開始時刻が親作業の開始時刻以降の任意の時刻で可能である。

(2) (b,b) の場合

性質 2 $\frac{v_1}{p_1} \geq \frac{V}{P}, \frac{v_2}{p_2} \geq \frac{V}{P}$ とする。もし、子作業 1 の開始時刻 b_1 が $\frac{Pv_1}{V} \leq b_1 \leq P - p_1$ を満足するとき、子作業 2 の最早開始時刻は $P - p_2$ である。

(3) (a,b) の場合

性質 3 $\frac{v_1}{p_1} > \frac{V}{P}$ かつ $P < p_2$ で、子作業 2 の開始時刻 b_2 が $0 \leq b_2 < \frac{v_1}{V}P - p_1$ を満足するとする。そのとき、もし子作業 2 の開始時刻が微小時間 ϵ 遅くなったらば、子作業 1 の最早開始時刻は $\frac{v_2 P \epsilon}{p_2 V - v_2 P}$ だけ早くなる。

(4) (c,c) の場合

性質 4 $p_1 \leq P, p_2 \leq P$ かつ $\frac{v_1}{p_1} \leq \frac{V}{P}, \frac{v_2}{p_2} \leq \frac{V}{P}$ を満足し、かつ $\frac{V}{P} - \frac{v_1}{p_1} \leq \frac{v_2}{p_2} \leq \frac{V}{P}$ を満たし、子作業 1 の開始時刻 b_1 が $0 \leq b_1 \leq P - p_1$ を満足するとする。そのとき、子 1 の開始時刻が微小量 ϵ 遅くなったとき、子作業 2 の最早開始時刻は $\frac{Pv_2 \epsilon}{p_1 v_2}$ だけ早くなる。

(5) (b,c) の場合

性質 5 子作業が二つで、 $p_1 < P$ かつ $\frac{v_1}{p_1} \leq \frac{V}{P}, \frac{v_2}{p_2} \geq \frac{V}{P}$ とする。もし、子作業 1 の開始時刻 b_1 が $b_1 \leq P - p_1$ ならば、子作業 2 の開始できる最早開始時刻は $P - p_2$ である。また、子作業 1 の開始時刻 b_1 が $b_1 > P - p_1$ のとき、子作業 1 の開始時刻が微小時間 ϵ 遅くなると、子作業 2 の最早開始時刻は $\frac{v_1 P \epsilon}{V p_1 - P v_1}$ だけ早くなる。

(6) (a,b or c) の場合

性質 6 $p_1 \leq P, p_2 \geq P$ だとする。もし、 $\frac{V}{P} \geq \frac{v_1}{p_1} + \frac{v_2}{p_2}$ ならば、2つの子作業は任意の開始時刻が実行可能である。また、 $\frac{V}{P} \leq \frac{v_1}{p_1} + \frac{v_2}{p_2}$ ならば、子作業 1 の開始時刻 $b_1 (0 \leq b_1 \leq P - p_1)$ が微小時間 ϵ 遅くなったとき、子作業 2 の最早開始時刻は $\left(1 - \frac{p_2 V}{v_2 P}\right) \epsilon$ だけ早まる。

参考文献

- [1] 今泉淳, 山越康裕, 村上元一, 森戸晋. ジョブの分岐を伴う 2 工程並列機械フローショップスケジューリングへの分割アプローチ. オペレーションズ・リサーチ, Vol. 43, No. 11, pp. 624-631, 1998.
- [2] 今泉淳, 森戸晋. ジョブの分岐と重複生産を許す 2 工程並列機械フローショップスケジューリング問題: 分枝限定法によるアプローチ. 日本経営工学会論文誌, Vol. 50, No. 5, pp. 308-315, 1999.
- [3] 今泉淳, 森戸晋. ジョブの分岐と時間重複生産を許す 2 工程並列機械フローショップスケジューリング問題: 納期遅れ最小化に対するラグランジュ緩和に基づくヒューリスティックアプローチ. 日本経営工学会論文誌, Vol. 52, No. 5, pp. 263-272, 2001.