虚探知事象を考慮した捜索割当ゲーム

01504810　防衛大学校　*宝崎隆祐　HOHZAKI Ryusuke
01000890　防衛大学校　飯田耕司　IIDA Koji
01110110　防衛大学校　小宮享　KOMIYA Toru

1．はじめに

軍事オペレーション等で見られる捜索・逃避ゲームにおいて，手持ちの捜索資源を投入しつつ逃避者を探知しようとする捜索者と，捜索空間上を連続的に移動しつつ捜索者からの逃避を図る逃避者との間で行われるゲームは捜索割当ゲームと呼ばれる．近年，エネルギー制約を考慮した捜索割当ゲームについてのいくつかの研究がなされている [1,2]．捜索においては，捜索者の期待する真の目標の探知ばかりでなく，実体のある偽の目標や実体のない種々のノイズ等を要因とする虚探知が混在しうる．これまでにも虚探知モデルの研究はなされいるが，そのほとんどは捜索者側の最適捜索計画のみを議論の対象としており，逃避者側の戦略も含めてゲームとしてモデル化した研究はない．また，捜索者の戦略が虚探知発生や捜索プロセスに与える影響を陽に考慮したモデルもあまりない．本研究では，捜索が虚探知発生に影響を及ぼす状況下での捜索割当ゲームを議論する．

2．モデルの記述と問題の定式化

捜索者と逃避者が参加する次の２人ゼロ和ゲームを考える．

(1) 捜索空間は，離散セル空間 $\boldsymbol{K}=\{1,\cdots,n\}$ と離散時点 $\boldsymbol{T}=\{1,\cdots,T\}$ から成る．

(2) 捜索者は時点 τ 以降この捜索空間上へ捜索努力を配分することにより逃避者の探知を図る．この捜索時間帯を $\widehat{\boldsymbol{T}}\equiv\{\tau,\cdots,T\}\subseteq\boldsymbol{T}$ で表す．捜索努力量は非負であり，各時点 t で総量 $\Phi(t),t\in\widehat{\boldsymbol{T}}$，の捜索努力を投入する．時刻 t にセル i に投入する捜索努力量を $\varphi(i,t)$ で表す．

(3) 逃避者は捜索空間上の複数のパスの１つを事前に選択して捜索者からの逃避を図る．ある１つのパス ω の時点 $t=1,\cdots,T$ における位置はセル $\omega(t)$ である．ただし，実行可能なパスは，初期時点 $t=1$ でセル群 $S_0\subseteq\boldsymbol{K}$ のいずれかから出発する．また，時点 t にセル i にいる逃避者が，次の時点で移動できるセル群（隣接セル群）は $N(i,t)$ に限られている．セル i からセル j への移動にはエネルギー $\mu(i,j)$ が消費される．逃避者は初期時点でエネルギー e_0 を保有しているが，移動によりこのエネルギーを消耗した場合には，以後現にいるセル以外のセルへは移動できない．初期保有エネルギー e_0 及びエネルギー消費関数 $\mu(i,j)$ は整数値をとるものとする．

(4) 捜索開始とともに虚探知事象が起こりうる．発生事象は各時点において独立にたかだか１回生じ，その発生確率は捜索努力量に依存する項と定常項から成り，捜索を実施した場合の時刻 t での虚探知発生確率は $q_t\equiv\sum_i\beta_i\varphi(i,t)+\gamma(t)$ で与えられる．ただし，非負のパラメータである β_i と $\gamma(t)$ は $\max_i\beta_i\,\Phi(t)+\gamma(t)<1$ を満足するほど十分小さい．虚探知が発生した場合，捜索者は虚探知の精密調査に時間を浪費し，捜索を再開できるのは時間 t_f 後である．

(5) 捜索者と逃避者は自らの戦略を捜索実施前に決定する．捜索者の捜索努力配分と逃避者のパスにより生じる支払は，捜索が実施できた時点におけるパス上のセルへの投入捜索努力の重み付き総量で与えられる．ただし，セル i の投入努力量に付加される重みは α_i である．この支払に対し捜索者はマキシマイザーとして，逃避者はミニマイザーとして行動する．

捜索者の捜索努力配分 $\varphi=\{\varphi(i,t),i\in\boldsymbol{K},t\in\widehat{\boldsymbol{T}}\}$ に関しては，制約条件

$$\varphi(i,t)\geq 0,\ (i,t)\in\boldsymbol{K}\times\widehat{\boldsymbol{T}},\qquad \sum_{i\in\boldsymbol{K}}\varphi(i,t)=\Phi(t),\ t\in\widehat{\boldsymbol{T}} \tag{1}$$

がその実行可能領域を与える．また，次式が逃避パス ω の実行可能パス群を与える．

$$\omega(1)\in S_0,\qquad \omega(t+1)\in N(\omega(t),t),\ t=1,\cdots,T-1,\qquad \sum_{t=1}^{T-1}\mu(\omega(t),\omega(t+1))\leq e_0\,. \tag{2}$$

虚探知が発生すればそれ以降 t_f-1 の間捜索は実施されないため，ある時刻において捜索が実施される確率はそ

れ以前における捜索努力投入に依存することになる．時刻 t における捜索実施確率 $S(t)$ は以下により評価できる．

$$S(t)=\begin{cases} 1,\ \ t=\tau \text{ のとき} \\ \prod_{\zeta=\tau}^{t-1}(1-q_\zeta)=S(t-1)(1-q_{t-1}),\ \ \tau+1\le t\le \tau+t_f-1 \text{ のとき} \\ 1-\sum_{\zeta=t-t_f+1}^{t-1} S(\zeta)q_\zeta=S(t-1)(1-q_{t-1})+S(t-t_f)q_{t-t_f},\ \ \tau+t_f\le t\le T \text{ のとき}. \end{cases} \tag{3}$$

したがって，捜索者が努力配分 φ を，逃避者がパス ω を採った場合の支払関数は次式で与えられる．

$$R(\varphi,\omega)=\sum_{\zeta=\tau}^{T} S(\zeta)\alpha_{\omega(\zeta)}\varphi(\omega(\zeta),\zeta)\,. \tag{4}$$

上式より支払関数は $\{\varphi(i,\zeta),\zeta\in\widehat{T}\}$ の多項式となり凹凸等の性質は明らかでないものの，ここでは捜索者に対しては純粋戦略 φ を，逃避者に対してはパス ω の選択確率を $\pi(\omega)$ とする混合戦略 π を考え，期待支払 $R(\varphi,\pi)=\sum_\omega \pi(\omega)R(\varphi,\omega)$ をもつゲームについて考える．証明の詳細は省くが，以下で議論するとおり期待支払のマックスミニ値とミニマックス値は一致し，ゲームは φ と π の範囲内で均衡解をもつ．

3．均衡解の導出

セル i, 時間 t 及び残存エネルギー e の状態 (i,t,e) にある逃避者が以後最適なパスを選択した場合に生じる支払の最小を $z(i,t,e)$ とすると，(4) 式から，$t\ge\tau$ に対しては次式が成り立つ．ただし，$N(i,t,e)\equiv\{j\in N(i,t)|\mu(i,j)\le e\}$ であり，初期条件は $z(i,T+1,e)=0$ である．

$$z(i,t,e)=\min_{j\in N(i,t,e)}\{S(t)\alpha_i\varphi(i,t)+z(j,t+1,e-\mu(i,j))\}\,. \tag{5}$$

ここで $\eta(i,t)\equiv S(t)\varphi(i,t)/\Phi(t)$ により変数 φ を η に変換すれば，不等式 $z(i,t,e)\le\alpha_i\Phi(t)\eta(i,t)+z(j,t+1,e-\mu(i,j)),i\in\boldsymbol{K},j\in N(i,t,e)$ が成立する．時刻 $t=T$ 及び $t<\tau$ においても $z(i,t,e)$ についての自明な漸化式を導くことができる．さらに η の実行可能性条件について考慮すれば，期待支払のマックスミニ値と捜索者の最適捜索努力配分を与える線形計画問題 (P_S) が次のように求められる．

(P_S)　$\max\ \xi$

s.t.

$$z(i,1,e_0)\ge\xi,\ i\in S_0$$
$$z(i,t,e)\le z(j,t+1,e-\mu(i,j)),\ i\in\boldsymbol{K},\ j\in N(i,t,e),\ t=1,\cdots,\tau-1,\ \mu(i,j)\le e\le e_0$$
$$z(i,t,e)\le\alpha_i\Phi(t)\eta(i,t)+z(j,t+1,e-\mu(i,j)),\ i\in\boldsymbol{K},\ j\in N(i,t,e),\ t=\tau,\cdots,T-1,\ \mu(i,j)\le e\le e_0$$
$$z(i,T,e)=\alpha_i\Phi(T)\eta(i,T),\ i\in\boldsymbol{K},\ e\in\boldsymbol{E}$$
$$\sum_{i\in\boldsymbol{K}}\eta(i,\tau)=1$$
$$\sum_{i\in\boldsymbol{K}}\eta(i,t)=\sum_i(1-\beta_i\Phi(t-1)-\gamma(t-1))\,\eta(i,t-1),\ t=\tau+1,\cdots,\tau+t_f-1$$
$$\sum_{i\in\boldsymbol{K}}\eta(i,t)=\sum_i(1-\beta_i\Phi(t-1)-\gamma(t-1))\,\eta(i,t-1)+\sum_i(\beta_i\Phi(t-t_f)+\gamma(t-t_f))\,\eta(i,t-t_f),$$
$$t=\tau+t_f,\cdots,T$$
$$\eta(i,t)\ge 0,\ i\in\boldsymbol{K},\ t=\tau,\cdots,T\,.$$

次に，状態 (i,t,e) にある逃避者の存在確率を $q(i,t,e)$ で，状態 (i,t,e) から次の時点でセル j へ移動する遷移確率を $v(i,j,t,e)$ で表す．ここで，$h(t)$ を時点 t で捜索が実施されるとした場合のそれ以降の最適な捜索努力配分により得られる最大期待支払と定義すると，上と同様に1つの線形計画問題 (P_H) が定式化でき，それを解くことにより期待支払のミニマックス値と逃避者の最適逃避計画を示す q,v が導出できる．ところが，問題 (P_H) と (P_S) とは双対関係にあることが言え，均衡解の議論は完結する．

5．数値例

紙数の関係上，数値例については発表会当日紹介する．

参考文献

[1] A.R. Washburn and R. Hohzaki, *MOR*, **6(4)**, pp.19-33, 2001.
[2] R. Hohzaki, K. Iida and T. Komiya, *JORSJ*, **45(1)**, pp.93-108, 2002.