

Hub-Spoke型ネットワークにおける費用負担問題について

01605850 NTT コミュニケーションズ(株) *松林 伸生 MATSUBAYASHI Nobuo
 02004620 慶応義塾大学 梅澤 正史 UMEZAWA Masashi
 01605860 慶応義塾大学 増田 靖 MASUDA Yasushi
 01400760 慶応義塾大学 西野 寿一 NISHINO Hisakazu

1 はじめに

規模の経済性を生かしたネットワークのモデルとして hub-spoke 型のネットワークが近年注目されており、通信、航空、物流等の分野でよく利用されている。通信コストを最小化するように最適な hub の位置と各ノード間のルーティングを決める問題は組み合わせ最適化問題としてこれまで盛んに研究されてきているが ([2] など)、本研究では、最適な hub-spoke 型ネットワークを複数のプレーヤーで共同構築する際の費用負担問題について、協力ゲームによる分析を行う。先駆的な研究としては、Skorin-Kapov による研究 [3] があるが、[3] では hub の個数を予め p 個に限定した p -hub location problem をベースにした分析を行っているのに対し、本研究ではリンクにかかる通信費用の他、ノードに集まるトラフィックから生じる混雑費用と hub の建設費用を考慮し hub の個数を決定変数としたネットワークモデルをもとに分析を行う。

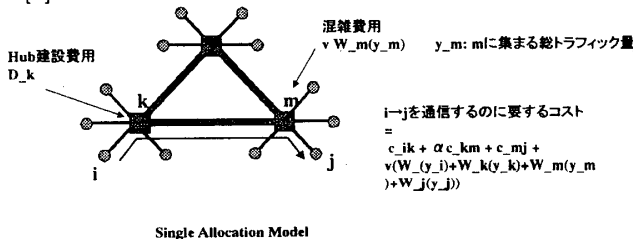
hub-spoke 型ネットワークの費用負担問題の例：

1. Internet exchange (IX)
2. Global telecommunication alliance

2 モデル

2.1. hub-spoke ネットワークのモデル

本研究で用いるモデルを下図に示す。(詳しくは [1] を参照)



このモデル下で、hub の個数を決定変数とし総費用を最小化する最適化問題を以下のように定式化する。

Problem C-UHLP

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_i \sum_j \sum_k \sum_m f_{ij} (C_{ijkm} + vW_{ijkm}) x_{ijkm} + \sum_k D_k z_{kk} \\ \text{s.t.} \quad & \text{hub-spoke ネットワークであるための } x_{ijkm}, z_{ik} \\ & \text{に関する制約条件式} \end{aligned} \quad (1)$$

where

- $C_{ijkm} \equiv c_{ik} + \alpha c_{km} + c_{mj}$, αc_{ij} は非負かつ三角不等式を満たす。
- vW_{ijkm} : ルート $i \rightarrow k \rightarrow m \rightarrow j$ に関わる混雑費用の合計
- f_{ij} : i から j への需要 ($f_{ij} > 0$)
- D_k : hub k の建設費用 ($D_k \geq 0$)
- x_{ijkm} : $i \rightarrow k \rightarrow m \rightarrow j$ のルートを使えば 1, そうでなければ 0
- z_{ik} : non-hub ノード i が hub k に接続しているか、
 $i = k$ が hub ならば 1, そうでなければ 0

2.1. 費用負担問題の定式化

各ノードをプレーヤーとする協力ゲームを考える。全てのノードに対し通信を行う前提で、結託 S は S からの通信に関わる変動費用と hub の建設費用が最小になるようにネットワークを構築するが、その際に $N - S$ のノードは S の作った hub を利用してもよいという非排除性を仮定する。このとき、congestion externality が発生するため、 $N - S$ のノードが S の作ったネットワークをどのように利用するかということが提携値 $C(S)$ に影響してくる。そこで本研究では以下のような仮定をおき、特性関数形ゲーム (N, C) を定義する。

1. $N - S$ に属するノードは hub を作らず、 S の作った hub を利用する。
2. $N - S$ のノードのルーティングは S が決める。このとき、提携値 $C(S)$ は、Problem C-UHLP の制約条件式群 (1) に、 $z_{kk} = 0$ (if $k \notin S$) の制約条件を追加する形で定義することができる。(詳細は [1] を参照。)

3 ゲームのコア

ゲーム (N, C) は必ずしもコアが非空になるとは限らない。しかしながら、相対的に hub の建設費用が大きい場合には共同負担へのインセンティブが働き、コアが非空になることを示す。

\bar{c} を全ての実行可能な hub-spoke ネットワークを通じた変動費の最大値、 \bar{f} をトラフィックの合計 ($= \sum_i \sum_j f_{ij}$) とするとき、以下の定理が得られる。

Theorem 3.1 *If $\bar{c} \leq \frac{C(N)}{\bar{f}}$, then the core of game (N, C) is nonempty. Specifically, u^* defined by*

$$u_i^* = \frac{\sum_j f_{ij}}{\bar{f}} C(N)$$

is in the core.

Theorem3.1 は、変動費の upper bound が単位トラフィック当たりの全体結託値を上回らなければトラフィックに比例した配分がコアに属することを示している。この比例配分は通信分野等でしばしば使われる直感的なものであるとともに、配分を求める上では全体提携値のみを必要とし、煩雑な各提携値の計算が不要という特徴を持つ。

さらに、上の十分条件をブロック構造を持ったシステムに拡張することを考える。そこで以下のように、異なるブロックに属するノード間のトラフィックが十分に大きいような、ノードに関する partition を定義する。($\{N\}$ も H-partition なので、H-partition は必ず存在することに注意。)

Definition 3.1

Partition $\{N_p : p = 1, 2, \dots, t\}$ of N is said to be an H-partition if

$$p, q \in \{1, 2, \dots, t\}, p \neq q, k \in N_p, \text{ and } m \in N_q \\ \Rightarrow f_{km} > \frac{D_m}{(1-\alpha)c_{km}}$$

H-Partition 下では、全体結託時の最適なネットワーク $opt(N)$ には各ブロックに必ず少なくとも一つの hub があり、かつ non-hub ノードは必ず同じブロック内の hub に接続することが保証される。そこで、この性質を利用して以下の定理を導くことができ、ブロック内で相対的に hub の建設費用が大きい場合には proportional-like な配分がコアに属することが示される。

Theorem 3.2 *Let $\{N_p : p = 1, 2, \dots, t\}$ be an H-partition. If $\bar{c}_p \leq \frac{C_p(N)}{\bar{f}_p}$ for every p , then the core of game (N, C) is nonempty. Specifically, u_i^* ($i \in N_p$) defined by*

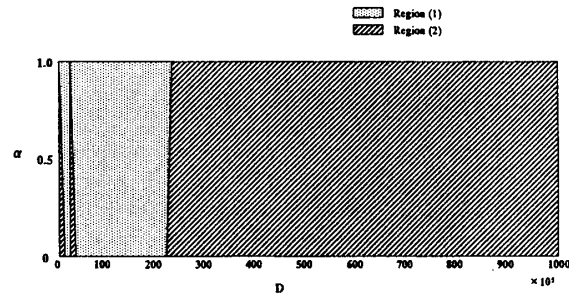
$$u_i^* = \frac{\sum_j f_{ij}}{\bar{f}_p} C_p(N) + \sum_{q \neq p} \sum_{j \in N_q} \{c_B^{opt(N)}(i, j) f_{ij} + \frac{f_{ij}}{\bar{f}_q} C_q(N)\},$$

is in the core.

ここで、 $\bar{c}_p, \bar{f}_p, C_p(N)$ はそれぞれ、ブロック p に関わる、変動費の upper bound、トラフィックの合計、全体提携値、を表している。また、 $c_B^{opt(N)}(i, j)$ は、 $opt(N)$ において i から j へのトラフィックが通過するブロック間のコストを表している。

4 数値実験

Washington, Tokyo, Seoul の 3 ノードを結んだ hub-spoke ネットワークを考え、モデルのパラメータとして、ディスカウントファクター α と hub の建設費用 $D_k (= D \text{ for all } k)$ を変えたときの (その他のパラメータについては [1] 参照)、ゲームのコアが非空になるパラメータ領域 (Region(1)) 及び Theorem3.2 の十分条件を満たす領域 (Region(2)) を表した図を以下に示す。



参考文献

- [1] Matsubayashi, N., Umezawa, M., Masuda, Y. and Nishino, H., Cost allocation problem arising in hub-spoke network systems, Working Paper, Faculty of Science and Technology, Keio University.
- [2] O'Kelly, M., A Quadratic Integer Program for the Location of Interacting Hub Facilities, European Journal of Operational Research 32 (1987) 393-404.
- [3] Skorin-Kapov, D., Hub Network Games, Networks 31 (1998) 293-302.