

## 政策資産配分策定モデル

01308380 筑波大学 \*玉之内 直 TAMANOUCHI Naoshi  
01206100 筑波大学 猿渡 康文 SARUWATARI Yasufumi

### 1 はじめに

確定給付型年金を運営する厚生年金基金（以降、年金基金）は、安定した年金給付を行うという観点から、中長期的視点にたった資産運用方針を策定する。資産運用方針の中でも、資産配分の決定は、資産運用の成否に関わる重要事項 [1][2] と位置付けられる。そのような中で、政策資産配分は、年金基金の中長期的資産運用方針を具現化したものであり、5年、あるいは、10年にわたり堅持される、資産運用のベンチマークである。

これに対し、実際の資産運用では、各期において、資産運用方針を定め、当該期の資産配分を策定している。ここでは、各期における掛金収入、および、給付支出などからなるキャッシュフローを考慮する他、各期の資産運用の見込みを反映する。さらに、各期の資産配分は、それぞれ近視眼的に決定するのではなく、政策資産配分を加味した上で策定する必要がある。すなわち、各期の資産配分は、政策資産配分とのある一定の許容乖離幅の範囲内でのみ決定することができ、その部分にのみ、年金基金による意思決定の裁量が認められている。

このため、政策資産配分は、市場予測、あるいは、キャッシュフローなどの年金基金の負債側の情報を反映して作成した各期の資産配分と関連付けて策定する必要がある。本論文では、各期の資産配分を加味した政策資産配分を決定する最適化モデルを構築し、提案するモデルの最適解を算出する解法を提案する。

### 2 資産運用のための最適化モデル

$t$  期における各資産クラス  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) の収益率を  $r_{s,i}^t$  と書くことにする。ただし、収益率  $r_{s,i}^t$  は、ある確率分布からの実現値によって得られ、任意の  $t, i$  に対して、 $r_{s,i}^t$  は、 $P$  個存在するものと仮定する。以下では、 $r_{s,i}^t$  における  $s$  をシナリオと呼ぶ。

さて、 $t$  期におけるシナリオ  $s$  による年金資産額  $F_s^t$  は、 $t-1$  期末の資産残高、および、キャッシュフロー  $C^t$  を1期間資産運用した結果得られる資産額である。ただし、 $t=0$  のときの年金資産額  $F_0^s (= F_0)$  は、資産運用開始時点の資産額である。ここで、 $y_i^t$  を  $t$  期の資産クラス  $i$  に対する資産配分とおくと、 $t$  期、シナリオ  $s$  に対するポートフォリオの利回りは、 $\sum_{i=1}^n r_{s,i}^t y_i^t$  で書き表すことができる。また、資産クラス  $i$  に対する政策資産配分を  $x_i$ 、政策資産配分と各期  $t$  における資産配分との許容乖離幅を  $d_i$  とおく。

ところで、年金基金では、策定した政策資産配分の運用期間  $T$  内の各期において、年金資産額が、責任準備金 ( $\Theta_t$ ) と呼ぶ指標を下回った場合、掛金の変更を行わなければならない。その際の掛金上昇は、資産額の責任準備金からの下回り額に比例して大きくなる。したがって、提案するモデルでは、資産額の責任準備金からの下方乖離の期待値を最小化することを目的とする。

#### 問題 P

$$\begin{aligned} \text{最小化} \quad & \frac{1}{NP} \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^P \max(\Theta_t - F_s^t, 0) \\ \text{条件} \quad & F_s^t = F_s^{t-1} \left(1 + \sum_{i=1}^n r_{s,i}^t y_i^t\right) + C^t \left(1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n r_{s,i}^t y_i^t\right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& t = 1, 2, \dots, T, \quad s = 1, 2, \dots, P, & (1) \\
& \sum_{i=1}^n y_i^t = 1, & t = 1, 2, \dots, T, \\
& \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\
& |y_i^t - x_i| \leq d_i, & i = 1, 2, \dots, n, \quad t = 1, 2, \dots, T, \\
& y_i^t \geq 0, & i = 1, 2, \dots, n, \quad t = 1, 2, \dots, T, \\
& x_i \geq 0, & i = 1, 2, \dots, n, \\
& F_s^0 = F^0, & s = 1, 2, \dots, P.
\end{aligned}$$

### 3 解法

式 (1) は非線形な制約式である。ここで、

$$z_{s,i}^t = F_s^t y_i^t \quad (2)$$

とおき、式 (1) の線形緩和を行う [3]。また、 $z_{s,i}^t$  は緩い緩和であるため、

$$F_s^{t \min} y_i^t \leq z_{s,i}^t \leq F_s^{t \max} y_i^t \quad (3)$$

からなる付加的な制約条件を導入する。ただし、 $F_s^{t \min}, F_s^{t \max}$  は、それぞれ、適当な方法によって求めた  $F_s^t$  の最小値と最大値である。

ここで、問題 P の式 (1) を、式 (2), (3) で置き換えた、問題 P の緩和問題を Q と書き表すことにする。本論文で提案する解法は、線形計画問題である問題 Q をもとに、いくつかの付加的な制約条件を順次生成し、問題 Q に加えることで、問題 P の最適解を探索する繰り返し法を基礎とする。解法の概略は以下の通りである。

1. 問題 Q を解き最適解  $F_s^{t*}, y_i^{t*}, x_i^*, z_{s,i}^{t*}$  を算出する。
2.  $F_s^t, x_i, z_{s,i}^t$  をそれぞれ、 $F_s^{t*}, x_i^*, z_{s,i}^{t*}$  と見なし、問題 P の制約条件と  $\sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^P \sum_{i=1}^n (z_{s,i}^{t*} - F_s^t y_i^t)$  を目的関数としてもつ問題 R を解く。
  - (a) 問題 R の目的関数値が 0 である場合、問題 Q の解が問題 P の解となり終了。
  - (b) 問題 R の目的関数値が 0 以外の場合、 $\frac{1}{NP} \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^P \max(\Theta_t - F_s^t, 0) \geq \frac{1}{NP} \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^P \max(\Theta_t - F_s^{t*}, 0) + \alpha$  からなる制約式を問題 Q に加え、1. へ戻る。

提案した解法の計算機実験結果については、大会当日に報告する。

### 参考文献

- [1] G.P.Brinson, B.D.Singer and G.L.Beebower, *Determinants of Portfolio Performance : An Update*, Financial Analysts Journal, Vol.47, No.3, 1991, pp40-48.
- [2] R.G.Ibbotson and P.D.Kaplan, *Does Asset Allocation Policy Explain 40, 90, or 100 Percent of Performance?*, Financial Analysts Journal, Vol.56, No.1, 2000, pp26-33.
- [3] 今野 浩, 理財工学 II-数理計画法による資産運用最適化, 日科技連, 1998.