

## 放射・環状交通網都市の立体的形状

02005150 中央大学 \*伊藤 玲 ITO Akira  
01303730 中央大学 田口 東 TAGUCHI Azuma

## 1. はじめに

大都市への人口および機能の集中は、多くの利便性をもたらす一方、交通渋滞や通勤圏の拡大による移動時間の増大などを引き起こし社会問題となっている。[1]では、2次元の円形都市において、交通路と居住地の配分を考慮し、総移動時間を最小にする都市構造を考えた。

本稿では建物の高さを考慮に入れ、交通による総移動時間を最小にするような、交通路と居住地の配分を考慮した都市の立体的形状を考える。

## 2. モデルの定義

半径  $R$  の円形都市領域  $D$  について考え、交通路として“無数の放射・環状交通網”を仮定する。

また、以下を定義する。

- $b$  : (単位時間あたりの交通発生率) [h]
- $N$  : (都市人口) [人]
- $\rho$  : (単位体積あたりの人口密度) [人/m<sup>3</sup>]
- $f(r)$  : (都市の中心から距離  $r$  での居住地面積率)
- $h(r)$  : (都市の中心から距離  $r$  での建物の高さ)
- $c$  : (交通容量) [人/m/h]
- $v_h$  : (水平方向の移動速度) [m/h]
- $v_v$  : (垂直方向の移動速度) [m/h]

これらに加え、以下の定義を行う。

## 2.1 交通と移動時間

水平方向の移動は一旦地上に降りてからおこなわれるとし、地上においては放射・環状交通路の最短距離を移動するものとする。このとき地点  $A(r_A, 0)$  と地点  $B(r_B, \theta)$  の2点間の最短距離  $d(r_A, r_B, \theta)$  は、

$$d(r_A, r_B, \theta) = \begin{cases} r_A + r_B & (\theta \geq 2) \\ \min\{r_A \theta, r_B \theta\} + |r_A - r_B| & (\theta < 2) \end{cases}$$

ただし、 $(0 \leq \theta \leq \pi)$

と表わすことができる。

都市領域内  $\Omega$  において、地点  $q_1$  にある建物の高さ  $l_1$  の点から、地点  $q_2$  にある建物の高さ  $l_2$  の点まで移動する場合、2点間の距離を  $d(q_1, q_2)$  とすると、移動時間は、 $d(q_1, q_2)/v_h + (l_1 + l_2)/v_v$  となり、総移動時間  $T$  を考えると、

$$\begin{aligned} T &= \iint_{q_1, q_2 \in \Omega} \int_0^{h(q_1)} \int_0^{h(q_2)} \left( \frac{d(q_1, q_2)}{v_h} + \frac{(l_1 + l_2)}{v_v} \right) dl_1 dl_2 dq_1 dq_2 \\ &= \iint_{q_1, q_2 \in \Omega} \left( \frac{d(q_1, q_2)}{v_h} + \frac{h(q_1) + h(q_2)}{2v_v} \right) h(q_1) h(q_2) dq_1 dq_2 \\ &= \frac{1}{v_h} \iint_{q_1, q_2 \in \Omega} d(q_1, q_2) h(q_1) h(q_2) dq_1 dq_2 + \frac{N}{v_v} \int_{p \in \Omega} h^2(p) dp \end{aligned}$$

ただし  $h(p)$  は、地点  $p$  における建物の高さとなる。

式の右辺第1項は水平方向の総移動時間を、第2項は垂直方向の総移動時間をそれぞれ表わす。式から明らかのように、総移動時間は都市領域内における位置と建物の高さの関係によって決まる。

## 2.2 交通路と居住地の配分

地上部分に水平方向の移動に使う交通路を設ける場合を考える。ただし、垂直方向の移動に使う交通路は人口密度の部分に含まれているとする。

半径  $R$  の円形都市において、半径  $r$  ( $0 \leq r \leq R$ ) でその内側に微小幅  $dr$  を持つ円環領域を考える。このとき交通需要を満たす条件は、 $C$  内の総走行距離を  $L(r)$ 、交通容量 (単位幅の交通路を単位時間に通過できる人数) を  $c$  とすると次のようになる。

$$(\text{交通路面積}) \geq L(r) \times c^{-1}$$

本モデルにおいてこれを具体的に求めると、

$$2\pi r(1 - f(r)) \geq g(r)$$

$$\begin{aligned} g(r) &= 8\pi b \rho^2 c^{-1} \left\{ \pi \int_0^r f(r_1) h(r_1) r_1 dr_1 \right. \\ &\quad \left. + (\pi - 2) \int_r^R f(r_1) h(r_1) r_1 dr_1 + 2f(r) h(r) r^2 \right\} \\ &\quad \times \int_r^R f(r_2) h(r_2) r_2 dr_2 \end{aligned}$$

となる。

## 3. モデルの定式化

## 3.1 総移動時間

2.1 より、総移動時間は水平方向と垂直方向について、それぞれ独立して考えることができる。総移動時間を  $T$  とし、水平方向の総移動時間を  $T_h$ 、垂直方向の総移動時間を  $T_v$  とすると、以下のように表わすことができる。

・水平方向総移動時間

$$\begin{aligned} T_h &= \frac{4\pi \rho^2 b}{v_h} \left\{ 2 \int_0^R \int_0^R f(r_1) h(r_1) f(r_2) h(r_2) r_1^2 r_2 dr_2 dr_1 \right. \\ &\quad \left. + (\pi - 2) \int_0^R \int_0^R f(r_1) h(r_1) f(r_2) h(r_2) (r_1^2 r_2 + r_1 r_2^2) dr_2 dr_1 \right\} \end{aligned}$$

・垂直方向総移動時間

$$T_v = \frac{2\pi \rho b N}{v_v} \int_0^R f(r_1) h(r_1)^2 r_1 dr_1$$

・総移動時間

$$T = T_h + T_v$$

### 3.2 定式化

以上の定義および仮定を用いて、都市の大きさと都市人口が与えられたときの総移動時間最小化問題を定式化する。

変数

$f(r)$  (都市の中心から距離  $r$  での居住地面積率)  
 $h(r)$  (都市の中心から距離  $r$  での建物の高さ)

目的関数

$$\text{minimize } T = T_h + T_v$$

$$T_h = \frac{4\pi\rho^2 b}{v_h} \left\{ 2 \int_0^R \int_0^R f(r_1)h(r_1)f(r_2)h(r_2)r_1^2 r_2^2 dr_2 dr_1 \right. \\ \left. + (\pi - 2) \int_0^R \int_0^R f(r_1)h(r_1)f(r_2)h(r_2)(r_1^2 r_2^2 + r_1 r_2^2) dr_2 dr_1 \right\}$$

$$T_v = \frac{2\pi\rho bN}{v_v} \int_0^R f(r_1)h(r_1)^2 r_1 dr_1$$

制約条件

$$N = 2\pi\rho \int_0^R f(r_1)h(r_1)r_1 dr_1$$

$$0 \leq f(r) \leq 1, \quad h(r) \geq 0, \quad 0 \leq r \leq R$$

$$2\pi r(1 - f(r)) \geq g(r)$$

$$g(r) = 8\pi b\rho^2 c^{-1} \left\{ \pi \int_0^r f(r_1)h(r_1)r_1 dr_1 \right. \\ \left. + (\pi - 2) \int_r^R f(r_1)h(r_1)r_1 dr_1 + 2f(r)h(r)r^2 \right\} \\ \times \int_r^R f(r_2)h(r_2)r_2 dr_2$$

居住地以外の領域を交通路に割り当てるとともに、空き地の存在を許している。

### 4. 計算例

各パラメータの値を以下のように与えた場合の計算例を示す。

$R$	: 2000 [m],	$N$	: $5.0 \times 10^4$ [人],
$\rho$	: 0.01 [人/m <sup>3</sup> ],	$b$	: $1.0 \times 10^{-5}$ [h],
$v_h$	: 9000 [m/h],	$v_v$	: 1000 [m/h],
$c$	: 300 [人/m/h].		

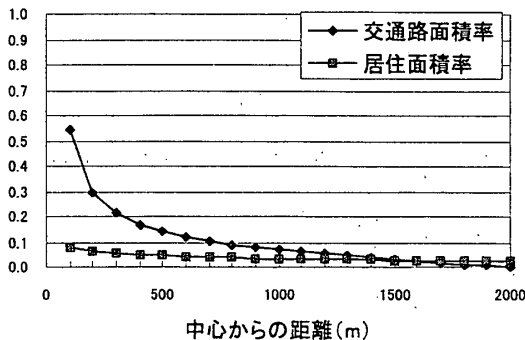


図1 土地利用

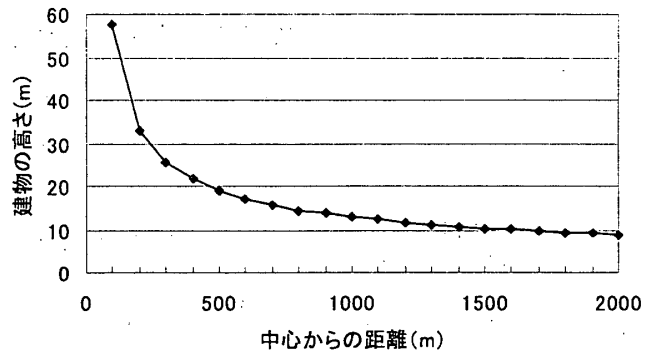


図2 建物の高さ

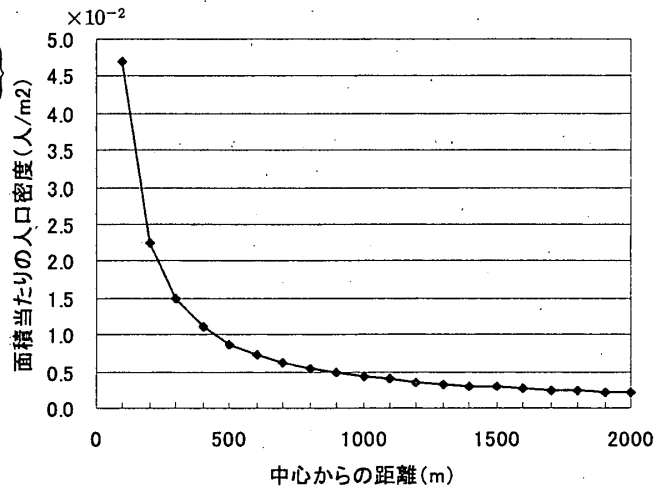


図3 面積当たりの人口密度

中心部ほど交通路として利用される割合が大きく、また建物の高さも高くなっている。居住地面積率と建物の高さから面積当たりの人口密度を求めると、中心部ほど高く、周辺部に行くにしたがって低くなっている様子がわかる。

このとき総移動時間は2150.18[h]となった。

### 参考文献

- [1] 伊藤 玲 (2002): 放射・環状交通網都市における交通路と居住地の最適配分問題. 中央大学大学院理工学研究科情報工学専攻 2001 年度修士論文.
- [2] 小林 亨 (2000): 交通路と居住地の配分を考慮した都市の立体構造の分析. 中央大学大学院理工学研究科情報工学専攻 1999 年度修士論文.
- [3] 田口 東 (1995): 都市空間の道路と住居への配分. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.38, No.4, pp.398-408.
- [4] 山田 英之, 栗田 治, 田口 東 (2001): 放射・環状道路網を有する都市における居住地と道路の配分—交通渋滞のない円形都市—. 日本 OR 学会 2001 年度秋季研究発表会, 2-F-6, pp.264-265.