

Quiet Accumulation Game on a Linear Graph

Clemson 大学 William Ruckle

01105054 兵庫県立大学 *菊田 健作 KIKUTA Kensaku

1 はじめに

探索理論の対象としては、遭難漁船や魚群の搜索等のほか、通信線などの装置の故障の発見、鉱脈探し、図書館での本探し、ガンなどの予防検診、スーパー・マーケットにおける商品の配列、またコンピュータ関係では、プログラムのバグ箇所の探索、コンピュータウィルスのチェック、ハッカーの探索など種々考えられる。

本報告では、査察や検証の2人ゼロ和ゲームモデルの一つである Accumulation Game を紹介し、特に、探索領域が有限グラフ上のノード全体であり探索者の移動がグラフの辺上に制限された場合の研究成果や今後の検討課題について述べる。詳細は参考文献 [3] を参照されたい。[2] は Accumulation Game 全般についてのサーヴェイである。[1] は探索ゲーム (Search Game) について解説した最近の成書であり Accumulation Game の研究成果の一部が紹介されている。

2 Accumulation Game

探索領域が離散的で object も離散の場合のモデルを述べる。2人の Players (Hider と Seeker) がいる。 n 個の箱があり、1回目はすべての箱が空である。毎回 (たかだか、 k 回) Hider と Seeker は同時に次のように行動する: Hider は a 個の object を n 個の箱のうち、空である箱のいずれかに隠す。ただし各箱に高々1個とする。Seeker は Hider の選択を知らされずに、 b 個の箱を調べる。Seeker が object が隠されている箱を調べたとき、確率1でそれを見つける。 k 回のうちの任意の回の終了後、object が N 個以上の箱に隠された状態が生ずれば

Hider の勝ちであり、Hider は利得1を受け取りゲームはそこで終了する。 k 回までのすべての回において、object が N 個以上の箱に隠された状態が生じないときは Seeker の勝ちで、Hider の利得は0である。

例. $n = k = 3, N = 2, a = b = 1$ 。

(1) Hider が勝つ場合: その1。

	箱1	箱2	箱3
--	----	----	----

1回目の選択	Hider	Seeker	
--------	-------	--------	--

1回目終了時	Object		
--------	--------	--	--

2回目の選択		Hider	Seeker
--------	--	-------	--------

2回目終了時	Object	Object	
--------	--------	--------	--

2回目終了時に $N = 2$ 個隠された状態が生じたので Hider の勝ちである。

(2) Hider が勝つ場合: その2。

	箱1	箱2	箱3
--	----	----	----

1回目の選択	Hider	Seeker	
--------	-------	--------	--

1回目終了時	Object		
--------	--------	--	--

2回目の選択	Seeker	Hider	
--------	--------	-------	--

2回目終了時		Object	
--------	--	--------	--

3回目の選択	Seeker		Hider
--------	--------	--	-------

3回目終了時		Object	Object
--------	--	--------	--------

3回目終了時に $N = 2$ 個隠された状態が生じたので Hider の勝ちである。

これまでの説明では Hider が得る情報量に言及していなかった。毎回の終了後に、Seeker が調べた箱の番号を Hider がどの程度知ることができるかによって、ゲームを次の3つのタイプに分ける。

(i) Noisy Case: 毎回の終了後に、Hider はその回に Seeker が調べた箱の番号を知ることができる。(ii) Quiet Case: 毎回の終了後に、その回に Seeker が object を見つけたときのみ、Hider は

その回に Seeker が調べた箱の番号を知ることができる。(iii) Very Quiet Case: 毎回の終了後に, Hider は Seeker が調べた箱の番号を知ることができない。相手の行動についての情報量から考えると、Seeker にとって Very Quiet Case が最も有利であり、Noisy Case が最も不利である。

3 グラフ上の Accumulation Game

Seeker の行動がリニアグラフ上に制約されている場合の Quiet Accumulation Game の研究成果を紹介する。 $a = b = 1$ を仮定する。Seeker はリニアグラフ上を動くので、箱をノードと言い替える。 n 個のノードからなるリニアグラフ (V, E) , ここに $V = \{1, \dots, n\}$ および $E = \{(1, 2), \dots, (n-1, n)\}$ を考える。Seeker の初期位置はノード 1 である。Hider はこれを知っている。各回において Seeker は次の 2 つのうち 1 つの行動をとることができる。(1) 前回終了時にいるノードにとどまり、そのノードを調べる、および (2) 前回終了時にいるノードに隣接するノードに移動してノードを調べる。一方、Hider は毎回、任意の、object がおいてないノードを選択できる。Hider, Seeker の第 j 回目の選択をそれぞれ $h(j), s(j)$ とするとき、純戦略はそれぞれ $h = (h(1), \dots, h(k)), s = (s(1), \dots, s(k))$ である。ゲームを一般に解析的に解くのは難しいので、次の仮定をおく。

$$N = k(\leq n).$$

$n \geq 2k+1$ の場合、Hider は object をノード $n, n-1, n-2, \dots$ にこの順におくことにより確実に勝つことができる。一方、 $n = k$ の場合は、Seeker は毎回任意のノードを選択することにより、確実に Hider の目標を阻止できる。さらに、 $n = 2k$ の場合は、両 player の最適戦略を容易に求めることができ、ゲームの値は $k/(k+1)$ であることがわかる。結局、

$$k+1 \leq n \leq 2k-1$$

の場合を調べればよい。特に、 $n = k+1$ かつ $n \leq 7$ の場合、Seeker の最適戦略は次のような戦略の混合

である ([3] 参照)。

$$s^1 \equiv (2, 3, \dots, k+1), \quad s^2 \equiv (1, 2, \dots, k),$$

$$s^{2k-1} \equiv \begin{cases} (1, 2, \dots, \frac{k+1}{2}, \frac{k+1}{2} - 1, \dots, 2, 1), & ; \\ k \text{ が奇数} \\ (2, 3, \dots, \frac{k}{2} + 1, \frac{k}{2}, \dots, 2, 1), & \\ k \text{ が偶数} \end{cases}$$

さらに、 $y = 2, \dots, k-1$ に対し、

$$s^{y2} = \begin{cases} (1, 2, \dots, \frac{k+y}{2}, \frac{k+y}{2} - 1, \dots, y), & ; \\ k+y \text{ が偶数} \\ (2, 3, \dots, \frac{k+y+1}{2}, \frac{k+y-1}{2}, \dots, y) & . \\ k+y \text{ が奇数} \end{cases}$$

さらに、ノード 1 に近い方を調べながら k 回目にノード y を調べるような戦略を考える。(詳細略)
 $n = k+1, n = 8$ のとき、Seeker の最適戦略は上記の戦略にさらに 2 つの純戦略を加えたものの混合になる。 $n = k+1, n \geq 9$ のときでも、最適戦略は上記の戦略を含むようなものになることが推測される。特に、 s^1, s^2 および s^{2k-1} は必ず含まれていなければならないことが予想される。

4 おわりに

今後検討すべき課題として次の点をあげることができるとする。(1) Seeker の行動がリニアグラフ上に制約されている場合は、player の行動に制約を課さない場合よりも難しくなる。車輪型グラフの方がリニアグラフよりも分析が容易であることが予想される。(2) Seeker の行動がリニアグラフ上に制約されている場合、ノード数が 8 以下までは最適な探索戦略が求められた。ノード数が 9 以上の場合に Seeker の最適戦略を求めるために、より精緻な検討を加えていきたい。

5 参考文献

[1] Alpern, S. and S.Gal: *The Theory of Search Games and Rendezvous*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2003. esp. p.97.
[2] Ruckle, W. : Accumulation Games. *Scientiae Mathematicae Japonica*, Vol.54, 2001, 173-203.
[3] Ruckle, W. and K.Kikuta : The Quiet Accumulation Game on a Linear Graph— A Special Case —. mimeo. 2004.