

電力取り引きにおける約定量決定問題の高速解法

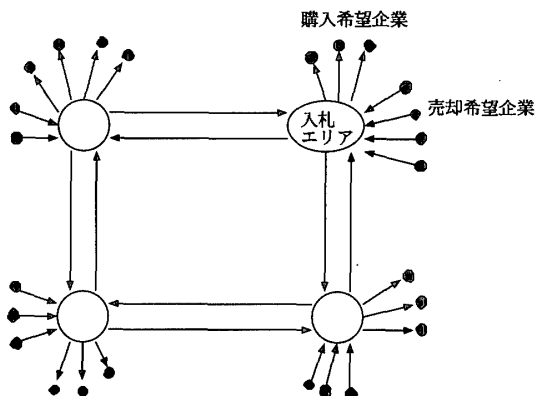
入会申請中	国立情報学研究所	*清見礼	KIYOMI Masashi
01013640	国立情報学研究所	宇野毅明	UNO Takeaki
01605000	東京大学	松井知己	MATSUI Tomomi

1 はじめに

近年の電力自由化に伴い、電力会社以外の一般の企業が電力を売買することが可能になった [2]。本稿ではこのような売買によって得られる社会的利潤を最大にするような約定量を決定する問題について議論する。次節で詳述するこの問題は、2005年に開設が予定されている卸電力取引市場システムの仕様に基づいている。約定量決定問題は、入札エリアに対応する少数の頂点と、電力の売買を希望する企業に対応する多数の頂点からなるグラフ上での最小費用流問題として定式化することができる。本稿で述べる解法は入札エリアの数を k 、電力を売買したい企業の数を n 、希望売買価格の最大値を C とすると、 $O(k^8 n \log n \log C)$ の時間で最適解を得ることができる。またこの解法とは別に、 k を定数とみなした場合、 $O(n)$ の時間で最適解を得るアルゴリズムを開発した。

2 約定量決定問題

本節では、約定量決定問題を説明し、それが古典的な最小費用流問題として定式化できることを説明する。



約定量決定問題とは以下のような問題である。売却希望企業と購入希望企業が電力を売買する。売買は各企業が希望する入札エリアを通して行われる。各入札エリア間は連系線を通じて電力を移動させることができる。一般には、入札エリアは電力会社に対応する。連系線は電力会社間を結ぶ送電線をモデル化したもので

ある。入札エリアの数を k 、売却希望企業の数 n^s 、購入希望企業の数 n^b とする。 $n = n^s + n^b$ とする。売買は購入希望企業の単位購入希望価格が単位売却希望企業の売却希望価格を上回ったときのみ成立し、売買が成立することを“約定する”という。電力売買は連系線で結ばれた入札エリアからなるネットワーク上で行われる。各企業の注文は希望する入札エリアと、売却・購入希望価格、売却・購入可能最大量からなる。入札エリア $i \in \{1, \dots, k\}$ を希望する売却希望企業数を n^s_i 、入札エリア i を希望する購入希望企業数を n^b_i とする。 $n^s = \sum_{i=1}^k n^s_i$ 、 $n^b = \sum_{i=1}^k n^b_i$ である。入札エリア i を希望する売却希望企業の電力当たりの単位売却希望価格を並べたベクトルを $p^s_i \in \mathbf{R}^{n^s_i}$ 、入札エリア i を希望する購入希望企業の電力当たりの単位購入希望価格を並べたベクトルを $p^b_i \in \mathbf{R}^{n^b_i}$ とする。また入札エリア i を希望する売却希望企業、購入希望企業の売買可能な電力の最大量を並べたベクトルを $u^s \in \mathbf{Z}^{n^s_i}$ 、 $u^b \in \mathbf{Z}^{n^b_i}$ とする。入札エリア i_1, i_2 間の連系線を 2 本の有向辺 $(i_1, i_2), (i_2, i_1)$ で表現する。入札エリア i_1 から入札エリア i_2 への連系線空き容量を辺 (i_1, i_2) の容量と定義し、 $u_{i_1 i_2} \in \mathbf{Z}$ と表す。入札エリア間の有向辺の費用は 0 とする。これは、入札エリア間の送電に費用がかからない事に対応する。この設定の理由は、2005年4月より開始される卸電力取引市場での取引においては、連系線を跨る事による振り替え料金は廃止される事が予定されているからである [2]。電力の売買は購入希望価格が売却希望価格を上回ったときのみ成立する。売買に対する社会的利潤とは、購入総額から売却総額を減じたものである。約定量決定問題の目的は社会的利潤の最大化である。社会的利潤を最大化する売買において、企業の希望する売買がすべて約定されるとは限らない。

入札エリアと売却・購入希望企業からなる頂点集合 V を持ち、入札エリア間の辺と、各売却希望企業からその希望入札エリアへの辺、各購入希望企業へのその希望入札エリアからの辺、からなる辺集合 E を持つ有向グラフを $G = (V, E)$ とする。入札エリア i を希望

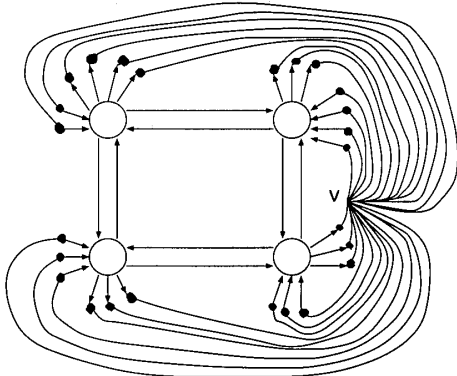
する売却希望企業から入札エリア i へのフローを並べたベクトルを \mathbf{x}^s_i , 入札エリア i を希望する購入希望企業への入札エリア i からのフローを並べたベクトルを \mathbf{x}^b_i , 入札エリア i_i から入札エリア i_2 へのフローを $x_{i_1 i_2}$ とする. このとき, 社会的利潤を最大化する問題は以下のような最小費用流問題

$$\begin{aligned} \min. \quad & \sum_{i=1}^k (\mathbf{p}_i^{s\top} \mathbf{x}_i^s - \mathbf{p}_i^{b\top} \mathbf{x}_i^b), \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{x}_i^{s\top} \mathbf{1}^{n^s_i} - \mathbf{x}_i^{b\top} \mathbf{1}^{n^b_i} \\ & - \sum_{i':(i,i') \in E} x_{ii'} + \sum_{i':(i',i) \in E} x_{i'i} = 0 \\ & \quad (\forall i \in \{1, 2, \dots, k\}), \\ & \mathbf{0} \leq \mathbf{x}_i^s \leq \mathbf{u}_i^s \quad (\forall i \in \{1, 2, \dots, k\}), \\ & \mathbf{0} \leq \mathbf{x}_i^b \leq \mathbf{u}_i^b \quad (\forall i \in \{1, 2, \dots, k\}), \\ & 0 \leq x_{ij} \leq u_{ij} \quad (\forall (i, j) \in E), \end{aligned}$$

として定式化することができる. ただし $\mathbf{1}^d$ はすべての要素が 1 の d 次元ベクトルである. 上記のように, 約定量決定問題は, 古典的な最小費用流問題となるが, 入札エリアに対応する少数の頂点と, それ接続する多数の葉頂点からなる特殊な形状となっている. また, 入札エリア間を結ぶ辺の費用は 0 であるという特別な性質も備えている. 次節では, これらの特徴を利用した高速解法の提案を行う.

3 最小平均閉路消去法の改良

前節の問題は次のようなネットワーク上での最小費用循環流問題と等価である.



グラフに人工頂点 v を追加し, v から各売却希望企業への有向辺および各購入希望企業から v への有向辺を追加する. 追加した辺の容量は ∞ , 費用は 0 とする. 最小平均閉路消去法は, 各反復において, 残余ネットワーク上で辺 1 本あたりの費用が最小の閉路を見つけ, それに沿ってフローを増加させるアルゴリズムである [1]. このアルゴリズムが弱多項式時間および強多項式時間で収束することが Goldberg と Tarjan[1] により示されている. 以下では, 約定量決定問題におい

て, 最小平均閉路消去法が高速化できることを示す.

入札エリア間の辺の費用は 0 であるので, 入札エリアのみを含むような閉路がアルゴリズムで選ばれることはない. すなわち, アルゴリズムで選ばれる閉路は常に購入希望企業 1 つおよび売却希望企業 1 つを含む閉路である. この閉路の長さは $O(k)$ である. この事実と, ネットワークの頂点数および辺数は $k+1$ および $O(k^2) + n$ であることを, 論文 [1] の弱多項式時間収束の証明に適用すると, $O((n+k^2)k(\log C + \log k))$ 回の反復で最適解が得られることが分かる.

アルゴリズムで選ばれる閉路が入札エリア i を希望する購入希望企業 j を含むなら, j は入札エリア i を希望する購入希望企業の中で購入希望価格が最大の企業でなければならない. 同様にアルゴリズムで選ばれる閉路が入札エリア i を希望する売却希望企業 j を含むなら, j は入札エリア i を希望する売却希望企業の中で売却希望価格が最小の企業でなければならない. そこで残余ネットワークにおいて入札エリアごとに入ってくる辺と出ていく辺を費用の大きさをキーとしてヒープで保持すれば, 各反復において $O(k^4)$ の時間で最小平均閉路をみつけることが可能である. また, 各反復でヒープの更新にかかる時間は $O(\log n)$ である.

以上より, 改良した最小平均閉路消去法は $O(k^8 n \log n \log C)$ 時間で終了することがわかる.

4 まとめ

電力自由化に伴い生じる約定量決定問題について最小費用流問題としての定式化を与えた. この最小費用流問題は最小平均閉路消去法を用いて $O(k^8 n \log n \log C)$ で解けることを示した. また, 本稿では紙面の都合で詳細を述べることはしなかったが, 入札エリアの数 k を定数とみなした場合 $O(n)$ の時間で最適解を得るアルゴリズムを開発した.

参考文献

- [1] Goldberg, A. V., and Tarjan, R. E.: Finding minimum-cost circulations by canceling negative cycles, *Journal of ACM*, vol. 36, NO. 4(1989), pp. 873–886.
- [2] 澤敏之, 中田祐司, 杉山茂也, 上杉萬里夫: 卸電力取引所の市場分断約定方式の検討, 平成 16 年電気学会全国大会予稿集, pp. 75–76.