

Regime switching model による為替変動予測の試み

01013464 京都大学 経済学研究科 * 乾 孝治 INUI Koji
京都大学 経済学研究科 藤中 智章 FUJINAKA Tomoaki

1 はじめに

Regime switching model を為替変動に応用した例としては, Engel and Hamilton(1990), Engel and Hakkio (1994) and Bollen, Gray and Whaley (2000) などがある. 推移確率が一定の Constant transition probability Regime Switching Model (以降 CRSM) よりも推移確率が外生的な状態変数に依存して変化する Time Varying transition probability Regime Switching Model (以降 TVRSM) の方が為替のダイナミクスを正確にとらえるといった報告がある. 一方, 金利の長短スプレッドには金利の将来変化に関する情報が含まれているという実証結果を示すものもある (Duffee(2001) など)

本稿では, 日米間の金利差を説明変数とする TVRSM を利用した為替変化の予測モデルの構築を試みる.

2 準備

2.1 CRSM

観測できない状態変数 (S_t) が時点 t において 1 と 2 の値を取るものとする. 為替レートの対数変化率を y_t とするとき, 以下のように y_t が状態変数に応じて 2 つの収益率分布に従うようなモデルを, 2 状態 CRSM と呼ぶ.

$$y_t \sim \begin{cases} N(\mu_1, \sigma_1^2) & \text{when } S_t = 1, \\ N(\mu_2, \sigma_2^2) & \text{when } S_t = 2. \end{cases}$$

S_t は次のようなマルコフ連鎖に従うものとする.

$$\begin{aligned} \text{Prob}(S_t = 1 | S_{t-1} = 1) &= P, \\ \text{Prob}(S_t = 2 | S_{t-1} = 1) &= 1 - P, \\ \text{Prob}(S_t = 2 | S_{t-1} = 2) &= Q, \\ \text{Prob}(S_t = 1 | S_{t-1} = 2) &= 1 - Q. \end{aligned}$$

2.2 TVRSM

y_t は上と同様に定義されるが, 推移確率が外生的な変数 W_t に応じて変化する場合, 2 状態 TVRSM と呼ぶ.

$$P_t = \Phi(W_t), \quad Q_t = \Phi(W_t)$$

ただし, Φ は $(0, 1)$ に値を取る関数である. (本稿では標準正規分布関数, すなわちプロビットモデルを採用)

2.3 推定方法

状態確率 (ある時点でその状態が発現している確率) は,

$$\begin{aligned} \text{Prob}(S_t = 1 | \tilde{y}_{t-1}) \\ &= P \text{Prob}(S_{t-1} = 1 | \tilde{y}_{t-1}) \\ &\quad + (1 - Q) [1 - \text{Prob}(S_{t-1} = 1 | \tilde{y}_{t-1})] \end{aligned}$$

と表すことができる. ベイズの公式により, 次のような再帰的な関係式にを求められる.

$$\begin{aligned} \text{Prob}(S_{t-1} = 1 | \tilde{y}_{t-1}) \\ &= \text{Prob}(S_{t-1} = 1 | y_{t-1}, \tilde{y}_{t-2}) \\ &= \frac{f(y_{t-1} | S_{t-1} = 1, \tilde{y}_{t-2}) \text{Prob}(S_{t-1} = 1 | \tilde{y}_{t-2})}{\sum_{i=1}^2 f(y_{t-1} | S_{t-1} = i, \tilde{y}_{t-2}) \text{Prob}(S_{t-1} = i | \tilde{y}_{t-2})} \end{aligned}$$

その結果, 尤度関数は次のようになる.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \sum_{t=1}^T \log \left[p_{1t} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1t}} \exp \left\{ -\frac{(y_t - \mu_{1t})^2}{2\sigma_{1t}^2} \right\} \right. \\ &\quad \left. + (1 - p_{1t}) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{2t}} \exp \left\{ -\frac{(y_t - \mu_{2t})^2}{2\sigma_{2t}^2} \right\} \right] \end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned} p_{1t} &= \text{Prob}(S_t = 1 | \tilde{y}_{t-1}) \\ &= (1 - Q) \left[\frac{g_{2t-1}(1 - p_{1t-1})}{g_{1t-1}p_{1t-1} + g_{2t-1}(1 - p_{1t-1})} \right] \\ &\quad + P \left[\frac{g_{1t-1}p_{1t-1}}{g_{1t-1}p_{1t-1} + g_{2t-1}(1 - p_{1t-1})} \right] \\ g_{1t} &= f(y_t | S_t = 1) \\ g_{2t} &= f(y_t | S_t = 2) \end{aligned}$$

3 結果

3.1 インサンプル期間

非説明変数は為替先物 (1ヶ月) リターン:

$$y_t = \log \frac{FX_t}{FX_{t-1}} + \frac{r_{t-1}^D - r_{t-1}^Y}{12}$$

	Coefficient	SE	t-value
μ_1	1.513	0.279	5.429
σ_1	1.234	0.325	3.799
μ_2	-0.343	0.288	-1.190
σ_2	3.851	0.178	21.647
P	0.539	0.155	3.469
Q	0.879	0.063	14.065

Table 1: Pannel A: Parameter estimates of CRSM

	Coefficient	SE	t-value
μ_1	2.689	0.411	6.537
σ_1	2.018	0.331	6.090
μ_2	-1.029	0.407	-2.525
σ_2	3.483	0.156	22.284
a_1	0.044	0.401	0.109
b_1	0.014	0.128	0.107
c_1	-0.331	0.269	-1.233
a_2	0.819	0.470	1.743
b_2	-0.532	0.202	-2.632
c_2	-0.769	0.713	-1.077

Table 2: Pannel B: Parameter estimates of TVRSM

として CRSM と TVRSM を推定した結果が Table1 と 2 である。ただし、TVRSM においては、推移確率モデルとして DSLP (日米間の長短金利差の差) と DDSLP (DSLP の 1ヶ月推移の差) を説明変数とする以下のモデルを採用した。

$$\text{Prob}(S_t = 1 | S_{t-1} = 1) = P_t,$$

$$\text{Prob}(S_t = 2 | S_{t-1} = 2) = Q_t,$$

$$P_t = \Phi(a_1 + b_1 \text{DSLP}_t + c_1 \text{DDSLP}_t)$$

$$Q_t = \Phi(a_2 + b_2 \text{DSLP}_t + c_2 \text{DDSLP}_t)$$

3.2 アウトオブサンプル期間

為替のトレーディングシミュレーションを行った結果 (Figure1 を参照), TVRSM による戦略がその他のモデルよりも高いパフォーマンスを示した。

4 結論

TVRSM は CRSM よりも状態 1 と 2 における収益率分布の違いをより明確に区別するような推定結果となった。また、アウトオブサンプル期間のトレーディングシミュレーションにおいても、その他のモデルを上回る結果となった。しかし、予測値がシミュレ-

	CRSM	TVRSM	TREND
Average	-0.11	6.79	1.81
STD	11.10	9.48	10.87
Sharpe Ratio	-0.01	0.72	0.17
Max.DrawDown			
6 months	-18.5	-6.4	-18.2
12 months	-17.0	-4.6	-14.4

Table 3: Out of sample trading simulation

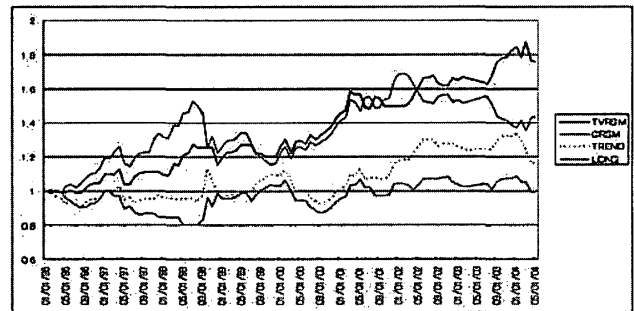


Figure 1: Cumulative return Trading simulation

ーション期間の前半ではプラス、後半ではマイナスに偏る傾向が強く、結果が偶然からもたらされた可能性を完全に否定できない。今後、他通貨、他期間の分析により検証する必要がある。

References

- [1] Bollen, B. P., S. F. Gray and R. E. Whaley (2000), "Regime Switching in Foreign Exchange Rates: Evidence from Currency Option Prices," *Journal of Econometrics*, **94**, 239-276.
- [2] Duffee, G. R. (2001), "Term Premia and Interest Rate Forecasts in Affine Models," *Working paper*.
- [3] Engel, C. and J. D. Hamilton (1990), "Long Swings in the Dollar: Are They in the Data and Do Markets Know it?," *The American Economic Review*, **80**, 689-713.
- [4] Engel, C. and C. S. Hakkio (1996), "The distribution of exchange rates in the EMS," *International Journal of Finance and Economics*, **15**, 55-67.