日本オペレーションズ・リサーチ学会
2004年秋季研究発表会

投打の左右を考慮した投手交代の最適化のための数理モデル

01506960　国立スポーツ科学センター　＊廣津信義　HIROTSU Nobuyoshi
ランカスター大学　　マイク・ライト　WRIGHT Mike

1．はじめに

野球の試合を観戦すると、左打者に対して右投手を下げ左投手を当てるなどの投手交代策をよく目にする。統計的にも、このような投打の左右が打撃結果に与える影響は有意であることが知られている[1]。しかしながら、従来の代打策や投手交代策を求める手法[2,3]では、投打の左右までは考慮されていなかった。そこで、本報告では DERA(Defensive Earned Run Average)を投手能力の評価に活用し、投打の左右を考慮した上での最適な投手交代策を求める手法を考案したので紹介する。

2．ＤＥＲＡによる投手能力の評価

防御率は、投手能力を評価する上での主な指標であり、これを利用して、相手打者の打撃確率（１塁打，２塁打，３塁打，本塁打，四球，アウトとなる各確率．それぞれ $P_S, P_D, P_T, P_H, P_W, P_{out}$ と記す）を較正し、試合に勝つ確率を最大化する投手交代策を求める手法が提案されている[3]。しかしながら、防御率では、投打の左右を考慮した投手交代を定式化する際に問題がある。例えば、ある投手が、右打者に２塁打を許した後、左打者に１塁打を打たれて１点得点された場合、防御率にはどちらの打者の打撃が反映されているか判別されていない。そこで、ここでは木下[4]により提案された DERA を利用する。DERA は投手がその被打撃確率（１塁打，２塁打，３塁打，本塁打，四球を許す確率）で打者に打たれていった時の１試合での被得点の期待値に相当する。これを用いると左･右打者別の対戦成績に基づいて投手の被得点の期待値を計算でき、投打の左右の違いをモデルに織り込むことができる。

具体例として、米大リーグの４投手の被打撃確率と、それを基に計算した DERA 値を表１に示している。同表からも右投手は左打者よりも右打者からより得点されやすい傾向があり（DERA 値が対左の方が高い）、左投手はその逆の関係にあることがわかる。

まず、DERA 値を用いて投打の左右を考慮しないで投手を評価してみる。各投手の DERA 値に応じて決まる評価パラメータ w を導入し、各打者の打撃確率を次のように較正する[3]。

$$P'_S = wP_S,\ \ P'_D = wP_D,\ \ P'_T = wP_T,\ \ P'_H = wP_H,$$
$$P'_W = wP_W,\ \ P'_{out} = 1 - (P'_S + P'_D + P'_T + P'_H + P'_W),$$

ただし、投手評価のパラメータ w と DERA とは

$$ENRS(w) : ENRS(w_{平均投手}) = DERA : DERA_{全投手} \tag{1}$$

という比例関係にあると仮定する。ここで ENRS(w)は対象としている投手と対戦した際の期待得点値、ENRS($w_{平均投手}$)は平均的な投手と対戦した際の期待得点値、DERA は対象としている投手の DERA、 $DERA_{全投手}$は同リーグ内の全投手の DERA 平均値とする。すなわち、DERA のリーグ平均との比が、その投手から取れる期待得点値の比になるように、打者の打撃確率を較正すべく w 値を決定する訳である。なお、平均的な投手の評価は $w_{平均投手}=1$ であり、米大リーグ(ナショナルリーグ)2000 年度の $DERA_{全投手}$ =4.92 であった。

同様にして、対象とする投手の左・右打者に対する w 値をそれぞれ $w_{対左}$、$w_{対右}$とすると、

$$\begin{aligned} ENRS(w_{対右}) : ENRS(w_{平均投手}) &= DERA_{対右} : DERA_{全投手} \\ ENRS(w_{対左}) : ENRS(w_{平均投手}) &= DERA_{対左} : DERA_{全投手} \end{aligned} \tag{2}$$

を満たすように,その投手の左･右打者に対しての DERA 値（$DERA_{対左}$、$DERA_{対右}$）から $w_{対左}$、$w_{対右}$の値を求めることができる。例えば、表１より Astacio の $DERA_{対左}$=6.22 であるが、ジャイアンツ打線の（投打の左右を考慮しないでの）期待得点値 ENRS($w_{平均投手}$)=5.93 点であるので[3]、ジャイアンツがもし全員左打者ならば、(2)式から 5.93×6.22/4.92 = 7.50 得点されると計算できる。この ENRS($w_{対左}$)=7.50 点は、ジャイアンツの打撃確率を $w_{対左}$ =1.095 として較正したものと等しい。

3．最適な投手交代策の定式化

一方、野球の試合中の場面は、イニング（表・裏を含む）、アウト数、走者の状態、得点差（後攻のリード：－２０点～＋２０点）及び打者（先攻９人・後攻９人）により区別することで、一試合全体を約１．５百万状態のマルコフ連鎖としてモデル化でき、チームが試合に勝つ確率を求めることができる。この際、各状態からの推移

表1. 米大リーグの4投手の左右打者に対する被打撃確率とDERA･w 値の計算結果

チーム	投手名	タイプ	左･右投	対左･右	被打撃確率						DERA	w値	防御率
					1塁打	2塁打	3塁打	本塁打	四球	アウト			(参考)
ジャイアンツ	Hernandez	先発	右投	対全打者	0.178	0.047	0.006	0.022	0.073	0.675	4.29	0.949	3.75
				対右打者	0.188	0.042	0.006	0.024	0.057	0.685	4.09	0.932	
				対左打者	0.167	0.053	0.007	0.020	0.092	0.662	4.54	0.970	
ロッキーズ	Astacio	先発	右投	対全打者	0.160	0.053	0.005	0.038	0.091	0.654	5.52	1.046	5.27
				対右打者	0.157	0.055	0.004	0.033	0.082	0.667	4.95	1.003	
				対左打者	0.163	0.050	0.005	0.043	0.101	0.638	6.22	1.095	
	Jimenez	救援	右投	対全打者	0.164	0.038	0.000	0.014	0.096	0.688	3.24	0.844	3.18
				対右打者	0.177	0.029	0.000	0.011	0.091	0.692	3.01	0.819	
				対左打者	0.145	0.051	0.000	0.017	0.103	0.684	3.57	0.879	
	Myers	救援	左投	対全打者	0.081	0.035	0.012	0.012	0.138	0.724	2.22	0.716	1.99
				対右打者	0.105	0.040	0.013	0.013	0.224	0.605	5.54	1.047	
				対左打者	0.061	0.031	0.010	0.010	0.071	0.816	1.06	0.497	

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会．無断複写・複製・転載を禁ず．

は、その状態での打撃結果を導く確率を要素とする行列にて記述できる。

ここで、投打に応じた w 値($w_{対左}$、$w_{対右}$)により較正された打撃確率を用いることで、結局試合に勝つ確率を以下の連立一次方程式を解くことで求めることができる。

$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{P}_{ns}\,\mathbf{\Omega} + \mathbf{P}_{out} \tag{3}$$

ここで、$\mathbf{\Omega}=(\mathbf{\Omega}_{11}\mathbf{\Omega}_{12}\cdots\mathbf{\Omega}_{99})^T$ は, $\mathbf{\Omega}_{nm}(x_1,x_2,\ldots,x_9,y_1,y_2,\ldots,y_9)$ を先攻の次打者が y_m(m=1…9)、後攻の次打者が x_n(n=1…9)の時、各状態で後攻が勝つ確率を要素とした 17,712×1ベクトルを nm の順に 81 個並べた 1,434,672 (17,712 × 9 × 9) × 1 ベクトルである(ここでは、仮に先発投手を x_9 とする)。また、P_{out} は試合終了時の境界条件を与える 1,434,672 × 1ベクトルである。

このように試合をマルコフ連鎖で記述すると、最適な投手交代策は、チームが勝つ確率を最大化する選手起用の組合せを求めることにより決定できる。投手一人の交代を例にこれを定式化すると、結局以下の方程式を解く問題に帰着できる。

$$\mathbf{\Omega}[x_{rp}] = \max\begin{cases}\mathbf{P}_{ns}\mathbf{\Omega}[x_{rp}] + \mathbf{P}_{out} & :\text{交代せず}\\ \mathbf{P}^{(1\to rp)}\mathbf{\Omega}^{(1\to rp)} + \mathbf{P}_{out}{}^{(1\to rp)} & :x_{rp}\text{が}x_1\text{と交代}\\ \mathbf{P}^{(2\to rp)}\mathbf{\Omega}^{(2\to rp)} + \mathbf{P}_{out}{}^{(2\to rp)} & :x_{rp}\text{が}x_2\text{と交代}\\ \vdots & \vdots\\ \mathbf{P}^{(9\to rp)}\mathbf{\Omega}^{(9\to rp)} + \mathbf{P}_{out}{}^{(9\to rp)} & :x_{rp}\text{が}x_9\text{と交代}\end{cases} \tag{4}$$

上式で、$\Omega[x_{rp}]$は 救援投手 x_{rp} が控えているという条件で後攻が勝つ確率を要素としてもつ 1,434,672 × 1 ベクトル。$\Omega^{(n->rp)}$ は x_{rp} が x_n (n=1…9)と交代した後、後攻が勝つ確率を要素としてもつ 1,434,672×1 ベクトル。P_{ns}は投手交代しない場合の推移を表す 1,434,672×1,434,672 行列。$P^{(n->rp)}$は x_{rp} と x_n (n=1…9)の交代に伴う推移確率の変更を考慮した 1,434,672×1,434,672 行列。ここで x_{rp} が x_9(先発投手)と交代した場合は、それに伴い、相手打者の左右も考慮して相手の打撃確率として、x_9 の w 値でなく x_{rp} の w 値($w_{対左}$ないしは $w_{対右}$)で較正した値を用いるため、相手チームの打撃を表現する推移確率を相手打者の左右で区別して行列内の該当する部分を変更している。$P_{out}{}^{(n->rp)}$は x_{rp} と x_n(n=1…9)の交代に伴い、P_{out} 内の該当する要素を変更した 1,434,672×1 ベクトルである。

(4)式は、動的計画法(例えば、値反復法など)を用いて解くことができ,勝つ確率を最大化する投手交代策を求めることができる。

4. 計算例

例として、米大リーグの 2000 年度のデータを基に、ロッキーズが、表1に示した救援投手2名を含むラインナップで、ジャイアンツと対戦する場合を考える。各投手の評価パラメータ w として表1に示した値を用い、救援投手は8回表以降に登板可能という条件下で、ロッキーズが勝つ確率とその最適な交代策を計算により求めた。

まず、結果の一例として、8回表ジャイアンツの攻撃開始時の、ジャイアンツの打者と最適な投手交代策を表示すると表2のようになる。ジャイアンツの打線は下位がすべて右打者ということもあり、4番 Kent 以降の打席の時は、右投げの先発 Astacio から右投げで DERA 値の小さい Jimenez へ交代、ないしは Astacio 続投の場合が多い。一方、左投げの Myers は1番の Benard から3番 Bonds の時に交代することが多いことがわかる。

表2. 8回表ジャイアンツの攻撃開始時での最適な投手交代策
(9: Astacio(右), J: Jimenez(右), M: Myers(左))

			ロッキーズの得点リード				
	ジャイアンツ打者	打	-2	-1	0	1	2
1	Benard	左	9→ M	9→ M	9→ M	9→ M	9→ M
2	Mueller	両	9→ M	9→ M	9→ M	9→ M	9→ M
3	Bonds	左	9→ J	9→ M	9→ M	9→ M	9→ M
4	Kent	右	9→ J	9→ J	9→ J	9→ J	9→ J
5	Snow	左	9→ J	9→ J	9→ J	9→ J	9→ J
6	Burks	右	9→ J	9→ J	9→ J	9→ J	9→ J
7	Aurilia	右				9→ J	
8	Estalella	右					
9	Hernandez	右					

投手交代は、相手チームの打者や得点差のみならず、自チームの次の打者(打順)にも影響するので、大変複雑であるが、一例として、9回表ジャイアンツの攻撃で次打者が6番 Burks(右)で、既に Astacio が Myers と交代した後という前提で、Myers(左)を Jimenez(右)に交代することでのロッキーズの勝つ確率の増加を表3にまとめた。同表では、例えば、9回表2アウト満塁で(走者状態"111")にロッキーズが1点リードしているなら,"M(Myers)"を下げて,"J(Jimenez)"を投入すると、勝つ確率が 0.684 から 0.752 に増加することを意味する。

投打の左右を考慮しないモデル[3]では、防御率の優れた Myers からやや劣る Jimenez に交代する機会はなかったが、左右を考慮すると、右打者に対する場合は機会が出てくる。このようにより現実に近い投手交代策とそれによる確率の増加を定量的に示すことができた。

表3. Astacio を Myers が救援した後、9回表2アウト時 Myers から Jimenez へ交代することで勝つ確率を 0. 01 以上増加できる場面(次打者:ジャイアンツ6番打者,ロッキーズ1番打者)

走者状態	ロッキーズの得点リード				
	-2	-1	0	1	2
000					
001			0.628→0.638	0.908→0.928	
010			0.540→0.570	0.851→0.883	
100			0.540→0.570	0.851→0.883	
011			0.526→0.559	0.814→0.854	0.908→0.928
101			0.526→0.559	0.814→0.854	0.908→0.928
110		0.183→0.196	0.506→0.543	0.726→0.786	0.851→0.883
111		0.169→0.185	0.455→0.503	0.684→0.752	0.814→0.854

5. おわりに

以上、投手交代策への OR の応用について述べた。今後は、相手チームの選手交代も考慮したモデルへの拡張などを試みたい。

参考文献

[1] G.R. Lindsey: Statistical data useful for the operation of a baseball team, *Operations Research*, **7**(1959) 197-207.

[2] N. Hirotsu and M. Wright: A Markov chain approach to optimal pinch hitting strategies in a designated hitter rule baseball game. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **46**(2003) 353-371.

[3] N. Hirotsu and M. Wright: Modeling a baseball game to optimize pitcher substitution strategies using dynamic programming. In S. Butenko, J. Gil-Lafuente & P.M. Pardalos (eds.). *Economics, Management, and Optimization in Sports*. Springer-Verlag: Berlin, (2004) 131-161.

[4] 木下:野球における打者・投手の評価. オペレーションズ・リサーチ **32**(1987) 689-697.

© 日本オペレーションズ・リサーチ学会. 無断複写・複製・転載を禁ず.