日本オペレーションズ・リサーチ学会
2004年秋季研究発表会

三企業間の経営戦略
−距離を考慮した競合的在庫モデル−

01507094　大阪府立大学 総合科学部　*北條仁志　HOHJO Hitoshi
01302694　大阪府立大学 総合科学部　寺岡義伸　TERAOKA Yoshinobu

1. はじめに

既存の競合的在庫問題の研究は、抽象的な解析結果を導いているため、現実的な問題に適用するのが難しい。本稿では、客の移動を考慮に入れた需要の再配分をもつ３者の在庫管理モデルを提案し、数学的に定式化する。ゲーム論的にナッシュ平衡対の観点から解析を試みる。

2. モデルとその定式化

客の移動を考慮に入れた確定的需要量に対する３店舗間での単一期間競合的在庫管理問題について考える。３つの店舗は平面上の異なる地点に配置されており、同時刻にある商品の販売を開始しようとしている。商品の入荷は期首のみ可能であり、後から補充をして販売することは許されていない。客は販売開始までにすでに店先に並んでいる状態であり、期首の突発的需要とみなすことができる場合について考える。これらの客以外に需要は存在しないものとする。客は、初めに訪れた店で購入することができなければ、他の２つの店のうち、距離の近い方の店へ向かい、商品の購入を試みる。各店舗の入荷量は客には知らされておらず、客は店に訪れるまで商品の有無についての情報を得ることもできない。また、客は商品の購買威力が非常に高く、２つめの店でも購入することができなければ、最後の店に訪れようとする。そして３店をまわっても購入することができなければ、その時点で客は購入をあきらめる。各客の移動速度は一定で等しいとする。本稿では、企業間の距離を考慮しているので、需要の再配分までに移動のためのタイムラグが生じる。他の２つの店までの距離の和が最小となる店舗をプレーヤ1と呼ぶことにする。また、プレーヤ１から近い店をプレーヤ2と呼び、残りの店舗をプレーヤ3と呼ぶことにする。このとき、客がプレーヤ i ($i = 1,2,3$) からプレーヤ j ($j = 1,2,3,\ i \neq j$) まで移動するときに生じるタイムラグを λ_{ij} で表すと、

$$\lambda_{ij} = \lambda_{ji}\ (i,j = 1,2,3, i \neq j),$$
$$\lambda_{ii} = 0\ (i = 1,2,3), \tag{1}$$
$$\lambda_{12} \leq \lambda_{13} \leq \lambda_{23}$$

が成り立つ。プレーヤ i の計画期間を T_i とする。本稿では、各店舗の計画期間は、客の移動時間より長い、すなわち、$\lambda_{12} + \lambda_{23} < \min\{T_1, T_2, T_3\}$ であると仮定する。各プレーヤ $i (i = 1,2,3)$ に対して z_i を期首発注量、b_i を最初に訪れる需要量、c_i, h_i, p_i をそれぞれ単位当たりの発注費用、単位当たりの在庫保持費用、単位当たりの品切損失費用とする。互いに非協力的である各プレーヤの目的は、発注、保持、品切損失、および販売に関する自分自身の総期待費用を最小にするような発注量を決定することである。

我々は各プレーヤの総費用関数の導出にあたり、次のような２０の領域に分割して求める必要がある：

(1) $z_i \geq b_i,\ i = 1,2,3$
(2) $z_1 + z_3 - b_1 - b_3 \geq 0,\ z_2 \geq b_2,\ 0 \leq z_3 < b_3$
(3) $z_i \geq b_i, i = 1,2,\ 0 \leq z_3 < b_3,\ z_1 + z_3 - b_1 - b_3 < 0,\ \sum_{i=1}^{3}(z_i - b_i) \geq 0$
(4) $z_i \geq b_i, i = 1,2,\ 0 \leq z_3 < b_3,\ \sum_{i=1}^{3}(z_i - b_i) < 0$
(5) $z_i \geq b_i, i = 1,3,\ 0 \leq z_2 < b_2,\ z_1 + z_2 - b_1 - b_2 \geq 0$
(6) $z_i \geq b_i, i = 1,3,\ 0 \leq z_2 < b_2,\ \sum_{i=1}^{3}(z_i - b_i) \geq 0,\ z_1 + z_2 - b_1 - b_2 < 0$
(7) $z_i \geq b_i, i = 1,3,\ 0 \leq z_2 < b_2,\ \sum_{i=1}^{3}(z_i - b_i) < 0$
(8) $z_i \geq b_i, i = 2,3,\ 0 \leq z_1 < b_1,\ z_1 + z_2 - b_1 - b_2 \geq 0$
(9) $z_i \geq b_i, i = 2,3,\ 0 \leq z_1 < b_1,\ \sum_{i=1}^{3}(z_i - b_i) \geq 0,\ z_1 + z_2 - b_1 - b_2 < 0$
(10) $z_i \geq b_i, i = 2,3,\ 0 \leq z_1 < b_1,\ \sum_{i=1}^{3}(z_i - b_i) < 0$
(11) $z_1 \geq b_1,\ 0 \leq z_i < b_i, i = 2,3,\ \sum_{i=1}^{3}(zl - b_i) \geq 0$
(12) $z_1 \geq b_1,\ 0 \leq z_i < b_i, i = 2,3,\ z_1 + z_2 - b_1 - b_2 \geq 0,\ \sum_{i=1}^{3}(zl - b_i) < 0$
(13) $z_1 \geq b_1,\ 0 \leq z_i < b_i, i = 2,3,\ z_1 + z_2 - b_1 - b_2 < 0$
(14) $0 \leq z_i < b_i, i = 1,3,\ z_2 \geq b_2,\ \sum_{i=1}^{3}(z_i - b_i) \geq 0$
(15) $0 \leq z_i < b_i, i = 1,3,\ z_2 \geq b_2,\ z_1 + z_2 - b_1 - b_2 \geq 0,\ \sum_{i=1}^{3}(z_i - b_i) < 0$
(16) $0 \leq z_i < b_i, i = 1,3,\ z_2 \geq b_2,\ z_1 + z_2 - b_1 - b_2 > 0$
(17) $0 \leq z_i < b_i, i = 1,2,\ z_3 \geq b_3,\ \sum_{i=1}^{3}(z_i - b_i) \geq 0$

(18) $0 \leq z_i < b_i, i = 1,2,\ z_3 \geq b_3,\ z_2+z_3-b_2-b_3 \geq 0,\ \sum_{i=1}^{3}(z_i - b_i) < 0$

(19) $0 \leq z_i < b_i, i = 1,2,\ z_3 \geq b_3,\ z_2+z_3-b_2-b_3 < 0$

(20) $0 \leq z_i < b_i, i = 1,2,3$

ここでは、(12) の場合についてのみ言及する。この状況では、プレーヤ１のみが最初の客に対して需要を満たし、他のプレーヤは需要を満たしきれない。商品を購入できなかった客は、それぞれプレーヤ１へ購入に向かうが、プレーヤ２から再配分された客が先に到着し、この時点では十分な商品を保持しているため、すべての客が需要を満たされる。一方、プレーヤ３から再配分された客は、プレーヤ１の在庫量が十分でないため、一部の客しか商品を購入することができず、需要を満たされなかった客はプレーヤ２を訪れる。言うまでもなく、３店目を訪れている客は需要を満たされはしない。これらを数学的に定式化すると、以下のようになる：

プレーヤ１の時刻 t における在庫量 $Q^1(t)$ は

$$Q^1(t) = \begin{cases} z_1 - b_1, & 0 \leq t < \lambda_{12} \\ z_1 + z_2 - b_1 - b_2, & \lambda_{12} \leq t < \lambda_{13} \\ \sum_{i=1}^{3}(z_i - b_i), & \lambda_{13} \leq t \leq T_1 \end{cases} \quad (2)$$

で表せる。(2) より、期平均在庫量 $I_1^1(\mathrm{z})$、期平均在庫不足量 $I_2^1(\mathrm{z})$ は

$$I_1^1(\mathrm{z}) = \frac{\lambda_{13}}{T_1}(z_1 - b_1) + \frac{\lambda_{13} - \lambda_{12}}{T_1}(z_2 - b_2) \quad (3)$$

$$I_2^1(\mathrm{z}) = \left(1 - \frac{\lambda_{13}}{T_1}\right)\sum_{i=1}^{3}(b_i - z_i) \quad (4)$$

となる。ここで、$\mathrm{z} = (z_1, z_2, z_3)$ である。このとき、期平均総費用 $C^1(\mathrm{z})$ は

$$C^1(\mathrm{z}) = c_1 z_1 + h_1 I_1^1(\mathrm{z}) + p_1 I_2^1(\mathrm{z}) - r_1 z_1 \quad (5)$$

である；

プレーヤ２の時刻 t における在庫量 $Q^2(t)$ は

$$Q^2(t) = \begin{cases} z_2 - b_2, & 0 \leq t < \lambda_{12} + \lambda_{13} \\ z_1 + 2z_2 + z_3 & \\ -b_1 - 2b_2 - b_3, & \lambda_{12} + \lambda_{13} \leq t \leq T_1 \end{cases} \quad (6)$$

で表せる。(6) より、期平均在庫量 $I_1^2(\mathrm{z})$、期平均在庫不足量 $I_2^2(\mathrm{z})$ は

$$I_1^2(\mathrm{z}) = 0 \quad (7)$$

$$I_2^2(\mathrm{z}) = \left(2 - \frac{\lambda_{12} + \lambda_{13}}{T_2}\right)(b_2 - z_2) + \left(1 - \frac{\lambda_{12} + \lambda_{13}}{T_2}\right)(b_1 + b_3 - z_1 - z_3) \quad (8)$$

となる。このとき、期平均総費用 $C^2(\mathrm{z})$ は

$$C^2(\mathrm{z}) = c_2 z_2 + p_2 I_2^2(\mathrm{z}) - r_2 z_2 \quad (9)$$

である；

プレーヤ３の時刻 t における在庫量 $Q^3(t)$ は

$$Q^3(t) = z_3 - b_3, \quad 0 \leq t \leq T_3 \quad (10)$$

で表せる。(10) より、期平均在庫量 $I_1^3(\mathrm{z})$、期平均在庫不足量 $I_2^3(\mathrm{z})$ は

$$I_1^3(\mathrm{z}) = 0 \quad (11)$$

$$I_2^3(\mathrm{z}) = b_3 - z_3 \quad (12)$$

となる。このとき、期平均総費用 $C^3(\mathrm{z})$ は

$$C^3(\mathrm{z}) = c_3 z_3 + p_3 I_2^3(\mathrm{z}) - r_3 z_3 \quad (13)$$

である。

3. おわりに

本稿では、客の移動を考慮に入れた確定的需要量に対する３店舗間での単一期間競合的在庫管理問題を提案した。なお、解法および結果については当日の発表で述べる予定である。本稿は、各店舗における単なる最適化問題として扱っており、他の店からの影響がほとんどない状況であった。ただ、このような問題を挙げた背景としては、需要量が依存する場合の検討、および提携に関する研究を今後の研究課題として睨んでいるためである。

本研究は、平成１６年度科学研究費補助金若手研究 (B)（課題番号 16710120）の援助によるものであることを付記する。

参考文献

[1] Bryant,J., Competitive equilibrium with price setting firms and stochastic demand, International Economic Review, Vol.21, 619-626 (1980).

[2] Lippman,S.A., McCardle,K.F., The competitive newsboy, Operations Research, Vol.45, No.1, 54-65 (1997).

[3] Parlar,M., Game theoretic analysis of the substitutable product inventory problem with random demands, Naval Research Logistics, Vol.35, 397-409 (1988).