

## 独占市場における単一，並列システムの比較

01109114 流通科学大学 サービス産業学部 \*小出 武 KOIDE Takeshi  
01204194 神戸学院大学 経営学部 三道 弘明 SANDOH Hiroaki

## 1. まえがき

本研究では，独占市場において，単一ユニットシステム，2ユニット並列システムを対象とし，消費者がシステム信頼性と価格に基づいて意思決定を行うという局面に焦点を絞る。ここでは2つのモデルを構築し，これらをStackelbergゲーム[1]として定式化し，Stackelberg均衡を論じることで，消費者の反応を考慮した生産者の最適戦略について考察する。

## 2. モデル1

## 2.1 仮定と記号

- (1) 単一ユニットシステム，2ユニット並列システムの価格をそれぞれ  $P_1, P_2 (\geq P_1)$ ，平均故障時間を  $\mu_1, \mu_2$  とする。
- (2) 一つのユニットの平均故障時間を  $\mu_0$  とするとき，それをシステムとして製造する際の製造原価は  $a(\mu_0) + b$  である。なお， $a(\mu_0)$  は  $\mu_0$  に関して増加であり， $a(\mu_0)$  はユニットの製造原価， $b$  はシステムインタフェースの原価である。
- (3) システムを使用することにより，消費者は単位時間あたり  $r$  の収益を上げることができる。

## 2.2 消費者の期待利益と最適反応

単一ユニットシステム，2ユニット並列システムを購入した消費者の期待利益はそれぞれ

$$\Pi_1 = r\mu_0 - P_1, \quad (1)$$

$$\Pi_2 = 1.5r\mu_0 - P_2 \quad (2)$$

である。ここでユニットの故障時間が指数分布に従うものとした[2][3]。

次に領域  $\Omega_i (i = 0, 1, 2)$  を

$$\Omega_1 = \{(P_2, \mu_0) | \mu_0 \geq \frac{P_1}{r}, \mu_0 \leq \frac{2(P_2 - P_1)}{r}\}, \quad (3)$$

$$\Omega_2 = \{(P_2, \mu_0) | \mu_0 \geq \frac{2(P_2 - P_1)}{r}, \mu_0 \geq \frac{2P_2}{3r}\}, \quad (4)$$

$$\Omega_0 = \{(P_2, \mu_0) | \mu_0 \leq \frac{2P_2}{3r}, \mu_0 \leq \frac{P_1}{r}\}, \quad (5)$$

のようにを定義し(図1)，消費者のオプションを

オプション  $A_1$  : 単一ユニットシステムを購入。  
オプション  $A_2$  : 2ユニット並列システムを購入。  
オプション  $A_0$  : いずれのシステムも購入しない。

と定義すると，消費者の最適反応は次のようになる。

- (1)  $(P_2, \mu_0) \in \Omega_i \setminus \Omega_j \setminus \Omega_k$  ならば，オプション  $A_i$  を選択することが消費者にとって最適である。

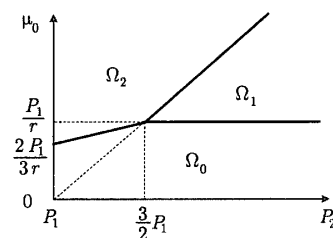


図1: モデル1における消費者の最適反応

- (2)  $(P_2, \mu_0) \in \Omega_i \cap \Omega_j$  ならば，2つのオプション  $A_i$  と  $A_j$  は無差別である。

ここで， $i, j, k \in \{0, 1, 2\}$ ， $i \neq j$ ， $j \neq k$ ， $k \neq i$  である。

## 2.3 生産者の利益と最適戦略

消費者が単一ユニットシステム，2ユニット並列システムを購入した場合の生産者の利益はそれぞれ以下のようにになる。

$$Q_1 = P_1 - [a(\mu_0) + b], \quad (6)$$

$$Q_2 = P_2 - [2a(\mu_0) + \alpha b], \quad (\alpha \geq 1). \quad (7)$$

$(P_2, \mu_0) \in \Omega_1 \setminus \Omega_0 \setminus \Omega_2$  のとき，生産者の利益は式(6)で与えられる。 $a(\mu_0)$  が  $\mu_0$  に関して増加であることから，生産者の利益の最大値は

$$Q_1^* = \lim_{\mu_0 \rightarrow P_1/r+0} \{P_1 - [a(\mu_0) + b]\} \quad (8)$$

であり， $a(\mu_0)$  が  $\mu_0$  に関して連続であれば次式を得る。

$$Q_1^* = P_1 - a\left(\frac{P_1}{r}\right) - b. \quad (9)$$

$(P_2, \mu_0) \in \Omega_2 \setminus \Omega_0 \setminus \Omega_1$  のとき，生産者の利益は式(7)で与えられる。よって，生産者利益の最大値は

$$Q_2^* = \max_{(P_2, \mu_0)} \{P_2 - [2a(\mu_0) + \alpha b]\} \quad (10)$$

である。ただし式(10)のmaxの範囲は，次の無差別曲線上である。

$$\mu_0 = \frac{2P_2}{3r}, \quad P_2 \leq \frac{3P_1}{2}, \quad (11)$$

$$\mu_0 = \frac{2(P_2 - P_1)}{r}, \quad P_2 > \frac{3P_1}{2}. \quad (12)$$

$(P_2, \mu_0) \in \Omega_0 \setminus \Omega_1 \setminus \Omega_2$  のとき，消費者はいずれのシステムも購入しない。よって，生産者の利益は  $Q_0^* = 0$  である。

よって，生産者の最適戦略は次のようになる。

(1)  $\max(Q_1^*, Q_2^*, Q_0^*) = Q_1^*$  ならば,

$$P_2^* > \frac{3P_1}{2}, \quad \mu_0^* \rightarrow \frac{P_1}{r} + 0 \quad (13)$$

となるよう  $(P_2, \mu_0)$  を設定する.

(2)  $\max(Q_1^*, Q_2^*, Q_0^*) = Q_2^*$  ならば,  $Q_2 = Q_2^*$  となるよう  $(P_2, \mu_0)$  を設定する.

(3)  $\max(Q_1^*, Q_2^*, Q_0^*) = Q_0^*$  であれば,  $(P_2, \mu_0) \in \Omega_0 \setminus \Omega_1 \setminus \Omega_2$  になるよう  $(P_2, \mu_0)$  を設定する.

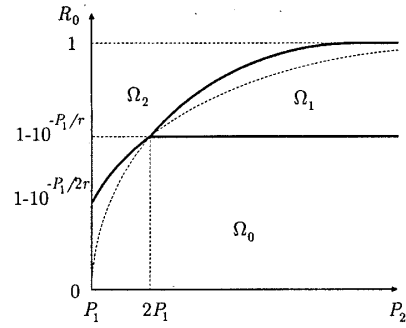


図 2: モデル 2 における消費者の最適反応

### 3. モデル 2

#### 3.1 仮定と記号

- (1) 単一ユニットシステム, 2 ユニット並列システムの価格をそれぞれ  $P_1, P_2 (\geq P_1)$ , 信頼度を  $R_1, R_2$  とする.
- (2) 一つのユニットの信頼度を  $R_0$  とするとき, それをシステムとして製造する際の製造原価は  $a(R_0) + b$  である.  $a(R_0)$  は  $R_0$  に関して増加である.
- (3) 信頼度  $R$  のシステムを使用することにより, 消費者は  $\pi(R)$  の収益を上げることができ,  $\pi(R)$  は  $R$  に関して増加である.

#### 3.2 消費者の期待利益と最適反応

$$\pi(R) = -r \log_{10}(1 - R), \quad r > 0 \quad (14)$$

なる構造を考えると, 単一ユニットシステム, 2 ユニット並列システムを購入した消費者の期待利益はそれぞれ

$$\Pi_1 = -r \log_{10}(1 - R_0) - P_1, \quad (15)$$

$$\Pi_2 = -2r \log_{10}(1 - R_0) - P_2, \quad (16)$$

となる.

$\rho(P) \equiv 1 - 10^{-\frac{P}{r}}$  とし, 領域  $\Omega_i (i = 0, 1, 2)$  を

$$\Omega_1 = \{(P_2, R_0) | R_0 \geq \rho(P_1), R_0 \leq \rho(P_2 - P_1)\}, \quad (17)$$

$$\Omega_2 = \{(P_2, R_0) | R_0 \geq \rho(P_1), R_0 \geq \rho(P_2 - P_1)\}, \quad (18)$$

$$\Omega_0 = \{(P_2, R_0) | R_0 \leq \rho(P_1), R_0 \leq \rho(P_2 - P_1)\} \quad (19)$$

と定義する (図 2). 消費者の最適反応は  $(P_2, R_0)$  に関してモデル 1 の結果と同様な結果となる.

#### 3.3 生産者の利益と最適戦略

消費者が単一ユニットシステム, 2 ユニット並列システムを購入した場合の生産者の利益はそれぞれ以下のようになる.

$$Q_1 = P_1 - [a(R_0) + b], \quad (20)$$

$$Q_2 = P_2 - [2a(R_0) + \alpha b] \quad (\alpha \geq 1). \quad (21)$$

$(P_2, R_0) \in \Omega_1 \setminus \Omega_0 \setminus \Omega_2$  のとき, 生産者の利益は式 (20) で与えられるので, 生産者の利益の最大値は

$$Q_1^* = \lim_{R_0 \rightarrow \rho(P_1)+0} \{P_1 - [a(R_0) + b]\} \quad (22)$$

である. 但し,  $a(R_0)$  が  $R_0$  について連続であれば次式が成り立つ.

$$Q_1^* = P_1 - a \left(1 - 10^{-\frac{P_1}{r}}\right) - b \quad (23)$$

$(P_2, R_0) \in \Omega_2 \setminus \Omega_0 \setminus \Omega_1$  のとき, 生産者の利益は式 (21) で与えられるので, 生産者利益の最大値は

$$Q_2^* = \max_{(P_2, R_0)} \{P_2 - [2a(R_0) + \alpha b]\} \quad (24)$$

である. ただし式 (24) の max の範囲は, 次の無差別曲線上である.

$$R_0 = 1 - 10^{-\frac{P_2}{2r}}, \quad P_2 \leq 2P_1, \quad (25)$$

$$R_0 = 1 - 10^{-\frac{(P_2 - P_1)}{r}}, \quad P_2 > 2P_1. \quad (26)$$

$(P_2, R_0) \in \Omega_0 \setminus \Omega_1 \setminus \Omega_2$  のとき, 消費者はいずれのシステムも購入しないので, 生産者の利益は  $Q_0^* = 0$  である.

したがって, 生産者の最適戦略は次のとおりである.

(1)  $\max(Q_1^*, Q_2^*, Q_0^*) = Q_1^*$  ならば,

$$P_2^* > 2P_1, \quad R_0^* \rightarrow 1 - 10^{-\frac{P_1}{r}} + 0 \quad (27)$$

となるよう  $(P_2, R_0)$  を設定する.

(2)  $\max(Q_1^*, Q_2^*, Q_0^*) = Q_2^*$  ならば,  $Q_2 = Q_2^*$  となるよう  $(P_2, R_0)$  を設定する.

(3)  $\max(Q_1^*, Q_2^*, Q_0^*) = Q_0^*$  であれば,  $(P_2, R_0) \in \Omega_0 \setminus \Omega_1 \setminus \Omega_2$  になるよう  $(P_2, R_0)$  を設定する.

紙面の都合上, 数値例は当日発表させて頂く.

#### 参考文献

- [1] Gibbons, R., Game Theory for Applied Economics, Princeton Univ. Press, 1992.
- [2] 三根久, 河合一, 信頼性・保全性の数理, 朝倉書店, 1982.
- [3] 三根久, 河合一, 信頼性・保全性の基礎数理, 日科技連, 1984.