1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

配管プラントCADに於ける最短経路問題

01704034 三菱重工 山田 康吉
01302694 大阪府大 寺岡 義伸

1. はじめに

プラント配管設計CADの数理モデルについて，前回及び前々回で報告した。即ち配管ラインの形状，及び属性を中心とした従来のモデルに加え，配管を取り巻くプラント空間の定量的把握及び配管ラインとの関係情報を数式化しモデル化した。前回報告した部分空間（以降領域直方体と言う）の隣接関係を表現した3次元隣接関係グラフを基に理論を進め，配管ラインの最短経路問題について今回報告する。既設配管ライン及び機器や諸設備を全て考慮して，発電プラント内の空きスペースを認識し新設配管ラインが自動的に設計される。

2. 基本概念

空間情報をも含んだプラント配管設計CAD統合モデルに関する諸概念の主要事項を以下に纏める。

〔定義 1〕プラント配管設計CAD統合モデル：W

$$W=(P,\ E,\ V,\ F,\ V_A\ V_B\ V_C\ V_D\ V_a\ V_b\ V_c\ V_d\ V_e\ V_f\ V_g\ V_h) \quad (1)$$

ここで，

- $P,\ E$　：全配管ラインの頂点及び辺の全体集合
- V　：領域直方体の全体集合
- F　：領域直方体の面の全体集合
- $V_A \sim V_D$：配管ライン辺と直方体との関係関数
- $V_a \sim V_h$：配管ライン頂点と直方体との関係関数

〔定義 2〕配管ラインのグラフ：G_L

配管ラインのみを扱う場合等，Wから配管部分を抜き出して次の様なグラフを形成。

$$G_L=(P,\ E) \quad (2)$$

配管ラインの単位を機器出口ノズルから機器入口ノズルまでを1ラインとし識別のためライン番号が付される。各ラインは部品点（以下頂点）及びその頂点間を結ぶライン片（以下辺）から構成される。また頂点は簡単のため端点，曲がり点及び分岐点からなるとする。

L_i：i番目の配管ライン　p_{ij}：L_i ライン上の頂点
e_{ik}：L_i ライン上の辺
$(x_{ij},\ y_{ij},\ z_{ij})$：$p_{ij}$の位置座標

P：全配管ラインの頂点集合
$=\{p_{ij} \mid j=1\cdot\cdot n_{pi},\ i=1\cdot\cdot n_l\}$

E：全配管ラインの辺集合
$=\{e_{ik} \mid j=1\cdot\cdot n_{ei},\ i=1\cdot\cdot n_l\}$

但し，n_l：配管ライン総本数
n_{pi}：L_i ラインの頂点数　n_{ei}：L_i の辺数
n_p：頂点総数　n_e：辺総数

〔定義 3〕領域直方体とその隣接関係グラフ：G_L

領域直方体とは配管ライン辺又は頂点によりプラント空間が分割され細分される事により形成される小空間を言う。形状は直方体でその6つの境界面はプラント座標系のXY，YZ及びZX面のいずれかに平行とする。

プラント配管設計CADに於いて上述のモデルWは完全に全ての情報を集約し，各種設計業務にその威力を発揮する事になる。例えば配管相互干渉チェック作業やスペース探索作業等が上げられる。

更にシステム化を進め配管ルーテイングの自動化をも考慮する場合，最終的に必要になるのが領域直方体間の隣接関係である。その関係情報を3次元グラフにて表現し得た。この隣接関係グラフによりCADモデルWを補足するものとなる。この隣接関係グラフを次の様に定義する。

〔3次元隣接関係グラフ表現式〕

$$G_V=(P_V,\ E_V) \quad (3)$$

P_V：個々の直方体を表す節点（node）
E_V：各直方体間の隣接関係を示す弧（edge）

又，隣接方向を明確にするためG_V の弧E_V を次の様な部分集合の直和で表現する。

$$E_V=E_{X+}\cup E_{X-}\cup E_{Y+}\cup E_{Y-}\cup E_{Z+}\cup E_{Z-} \quad (4)$$

ここに，E_{X+}：X軸+方向に隣接する関係弧の部分集合
E_{X-}：X軸－方向に隣接する関係弧の部分集合
以下$E_{Y+}\sim E_{Z-}$はY軸，Z軸方向関係弧の部分集合

3. 最短経路問題のための隣接関係グラフ

新設配管が空きスペース部分である領域直方体内を通過してそのルートが決定される時，配管ラインが通過する点，距離の測定及び直方体間を通過するための条件について考える。(3)の3次元隣接関係グラフを配管ラインの最短経路問題に適用するに当たり，配管ラインは必ず直方体の定められた点を通過するものとする。その節点（node）の位置及び弧（edge）の長さを次の様に定義する。

〔直方体の点位置〕

プラント空間内の各領域直方体の節点の位置p^v を明確にするため直方体の重心点をその位置とする。

$$p^v_i=(x^v_i,\ y^v_i,\ z^v_i)=(x_{Gi},\ y_{Gi},\ z_{Gi}) \quad (5)$$

〔直方体間の弧の長さ＝直方体間距離〕

$$l_l=|x_{ij}-x_{ij}|+|y_{ij}-y_{ik}|+|z_{ij}-z_{ik}| \quad (6)$$

〔隣接関係弧の取捨選択〕

隣接関係情報としての弧情報を(4)で示した方向性を持った部分集合で表した。或る方向に配管ラインが進む時，その方向に隣接する直方体との共通隣接面の大きさが配管ラインの直径を通過させるに充分な容量があるかどうかが問題となる。共通隣接面に次の様な判定関数を設定し配管ラインが通過出来るかどうかの判定を行う。即ち，3次元隣接関係グラフの各弧に対して最短経路問題のための取捨選択を行う判定関数となる。

$$F_d=\mathrm{Min}\ \{t_d-r_{dmax}-r_p,\ t_1-r_{1max}-r_p,\ t_2-r_{2max}-r_p\} \quad (7)$$

ここに，t_d：隣接面の対角線の長さ
t_1：隣接面の長辺の長さ　t_2：隣接面の短辺長
r_{dmam}：隣接面頂点に存在する配管ライン部品点の中の最大管半径

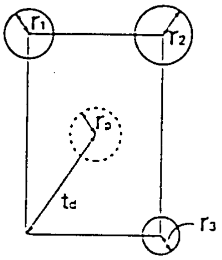
r_{1max}：隣接面長辺上に存在する配管ライン辺の中の最大管半径

r_{2max}：隣接面短辺上に存在する配管ライン辺の中の最大管半径

r_p ：新設配管の管半径

次に例をa，b，cの3つに分けて説明する。

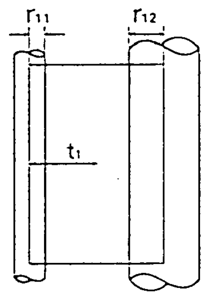
(a)パターン1：隣接面に配管ライン頂点のみ存在する場合



$$F_d = \mathrm{Min}\ \{t_d - r_{dmax} - r_p,\ t_1 - r_p,\ t_2 - r_p\}$$

ここで，$r_{dmax} = r_2$

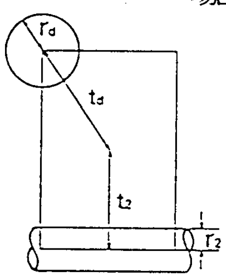
(b)パターン2：隣接面に配管ライン辺のみが存在する場合



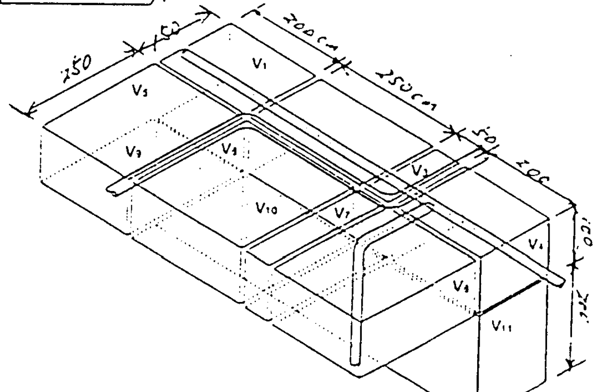
$$F_d = \mathrm{Min}\ \{t_d - r_p,\ t_2 - r_p,\ t_1 - r_{1max} - r_p\}$$

ここで．$r_{1max} = r_{12}$

(c)パターン3：隣接面に配管ライン辺及び頂点が混在する場合



$$F_d = \mathrm{Min}\ \{t_d - r_d - r_p,\ t_2 - r_2 - r_p,\ t_1 - r_p\}$$



図—1　例題

4．最短経路問題の解法

既に何本かの配管ラインが敷設されている場所に新たに1本の配管ラインを次の条件を満たして始点から終点まで引く問題について考える。

①既設配管ラインに干渉しない。

②ラインの経路総長さを最短にする。

③曲がりを最少にする。

3次元隣接関係グラフに3章で述べた判定関数を適用し配管ライン最短経路問題のための3次元隣接関係グラフを構築し，そのグラフに巾乗法を適用して問題の解法を行う。以下に巾乗法を用いた解法の手順と例について説明する。

STEP－1：領域直方体の節点の取捨選択及びそれと隣接関係にある弧の取捨選択。即ち機器及び建屋構造物と重なりのある領域直方体を削除すると同時にその削除直方体と隣接関係にある直方体との関係弧を削除する。

STEP－2：判定関数による隣接関係弧の取捨選択。既設配管の直径及び新設配管の直径の値で隣接面毎に計算し，負又は0であればそれの隣接関係弧を削除する。

STEP－3：STEP-2で求めた隣接関係グラフに基づき隣接直方体間距離行列を求める。直方体節点の位置は5式で直方体間距離は6式を用いて求める。

STEP－4：隣接直方体間距離行列に基づき巾乗方により始節点から終節点までの最短経路を求める。

例題として図—1に示すようなS点からE点までの最短経路を求める場合を考える。但し，L_1 の直径を60cm L_2 の直径を20cm 新設配管の直径を60cmとする。

距離行列は次の様になる。

$$\begin{vmatrix}
0 & 225 & \infty & \infty & 200 & \infty & \infty & \infty & 150 & \infty & \infty \\
225 & 0 & \infty & \infty & \infty & 200 & \infty & \infty & \infty & 150 & \infty \\
\infty & \infty & 0 & 125 & \infty & \infty & 200 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 125 & 0 & \infty & \infty & \infty & 200 & \infty & \infty & 175 \\
200 & \infty & \infty & \infty & 0 & 225 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & 200 & \infty & \infty & 225 & 0 & 150 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 200 & \infty & \infty & 150 & 0 & 125 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & \infty & 200 & \infty & \infty & 125 & 0 & \infty & \infty & \infty \\
150 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 & 225 & \infty \\
\infty & 150 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 225 & 0 & 250 \\
\infty & \infty & \infty & 175 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 250 & 0
\end{vmatrix}$$

巾乗法による計算の結果 最短路は次の通り。

・最短路 その1 $p_{v1} \rightarrow p_{v2} \rightarrow p_{v10} \rightarrow p_{v11} \rightarrow p_{v4}$

$p_{v1} \rightarrow p_{v9} \rightarrow p_{v10} \rightarrow p_{v11} \rightarrow p_{v4}$

・最短路総長さ　800 cm

・最短路として2つ存在するが曲がりの個数はその1が3個 その2が2個のためその2の経路を最短路とする。

5．考察

以上説明した内容から分かるように理論及びアルゴリズムは非常に簡明である。複雑・大量データ処理の配管設計CADにも充分実用化しうる。

文献

(1)平成6年春季研究発表会アブストラクト集

(2)平成6年秋季研究発表会アブストラクト集