2－B－10

1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

交互交通流のモデル化と解析

(申請中) 上智大学 *鈴木晃 SUZUKI Akira
01703040 上智大学 山下英明 YAMASHITA Hideaki
01201380 上智大学 鈴木誠道 SUZUKI Sigemichi

1 緒言

事故，工事等の理由で部分的に1車線である2車線道路を確率モデルを用いてモデル化し，待ち行列理論を用いた近似解法を提案する．また，この方法で得られた結果をシミュレーション結果と比較し，近似解法の正当性を検証する．

2 モデル化

部分的に1車線である2車線道路における交通の様子を，次のようにモデル化する．

・到着は到着率 λ のポアソン到着で，道路に到着した車は，前の車との距離が長いほうの車線に入る．ただし，道路内の車の総台数が K_{max} のときには到着した車は棄却される（実際の道路で考えた場合，他の道路に行ったとみなす）．今，1台当りの車の占有距離を l，2車線道路の長さを S_1，1車線道路の長さを S_2 とすると，K_{max} は $K_{max}=(2S_1+S_2)/l$ で表される．

・車の速度は直前の車にのみ依存する．道路上において車の加速度は，直前の車との相対速度に比例し，距離に反比例すると仮定すると，i 番目の車の速度は，

$$v(i,t+T)=\begin{cases} v_{max}, & \text{if } x(i^-,t)-x(i,t)\geq x_{max}, \\ 0, & \text{if } x(i^-,t)-x(i,t)\leq x_{min}, \\ c\times ln(x(i^-,t)-x(i,t))+d, & \text{otherwise}, \end{cases} \tag{1}$$

によって，与えられる[1]．ここで，i^- は i 番目の車の直前の車，T は反応時間，$v(i,t+T)$ は時刻 $t+T$ での i 番目の車の速度を表す．また，前の車との距離が x_{max} 以上の時は速度 v_{max}（最高速度），前の車との距離が x_{min} 以下の時は速度0になるとする．c,d は任意定数で，この2つの条件によって決まる．

3 待ち行列による近似解析

上述のモデルに対して，2車線区間をステーション1，1車線区間をステーション2に対応させることによって，次のような待ち行列モデルを考える．

・到着は到着率 λ のポアソン到着．また，システム内の車の総台数が K_{max} のときには，車はシステム内に入れないとする．

・各ステーションのサービス時間は，L ステージ・アーラン分布に従う．

・各ステージでの総サービス率を $L\mu(k_j),(j=1,2)$ とする．ここで，k_j はステーション j の車の数である．

・サービス規律は，プロセッサーシェアリング（processor sharing）で行う．

・各ステーション内では，全ての車は等速走行をし，等距離ずつ離れていると仮定すると，車の速度 v は密度 $\rho_j=k_j/S_j$ にのみ依存する[1]．また，高密度（渋滞）のときには総流量（単位時間当たりの通過台数）が v_{max}/x_{max} になるように速度を定める．即ち，

$$v(\rho_j)=\begin{cases} v_{max}, & \text{if } \rho_j<\rho_{min}(=1/x_{max}), \\ -c\times ln\ \rho_j+d, & \text{if } -c\times ln\ \rho_j+d>v_{max}/x_{max}\rho_j\ , \\ v_{max}/x_{max}\rho_j, & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{2}$$

この速度からサービス率 $\mu(k_j)$ は以下のようにできる．

$$\mu(k_j)=k_jv(\rho_j)/S_j\ . \tag{3}$$

前述のような待ち行列モデルにおいて，システムはマルコフ性を持ち，次の局所平衡方程式が成り立つことが証明されている[2].

$$
\begin{aligned}
P(k_1,k_2)\delta(k_{11})L\mu_1(k_1) &= P(k_1-e_1,k_2)\delta(k_{11})\lambda(k_1+k_2-1), & (4)\\
P(k_1,k_2)\delta(k_{1S})L\mu_1(k_1) &= P(k_1+e_{S-1}-e_S,k_2)\delta(k_{1S})(k_{1S-1}+1)L\mu_1(k_1), \quad (S=2,3,\cdots,L), & (5)\\
P(k_1,k_2)\delta(k_{21})L\mu_2(k_2) &= P(k_1+e_L,k_2-e_1)\delta(k_{21})(k_{1L}+1)L\mu_1(k_1+1), & (6)\\
P(k_1,k_2)\delta(k_{2S})L\mu_2(k_2) &= P(k_1,k_2+e_{S-1}-e_S)\delta(k_{2S})(k_{2S-1}+1)L\mu_2(k_2), \quad (S=2,3,\cdots,L), & (7)\\
P(k_1,k_2)\lambda(k_1+k_2) &= P(k_1,k_2+e_L)(k_{2L}+1)L\mu_2(k_2+1). & (8)
\end{aligned}
$$

ただし，$(k_1,k_2)=(k_{11},k_{12},\cdots,k_{1L},k_{21},k_{22},\cdots,k_{2L})$，$k_{jS}$ はステーション $j,(j=1,2)$ の S 番目のステージ $(S=1,\cdots,L)$ にある車の数，e_S は S 番目の要素のみが 1 の L 次元ベクトル，また,

$$
\delta(k)=\begin{cases}1, & \text{if } k>0,\\ 0, & \text{otherwise.}\end{cases}
$$

これを解くことにより次の周辺確率を得ることができる.

$$
P(\alpha,\beta)=P(o,o)\frac{1}{\alpha!}\cdot\frac{1}{\beta!}\prod_{a=1}^{\alpha}\frac{1}{\mu_1(a)}\prod_{b=1}^{\beta}\frac{1}{\mu_2(b)}\prod_{c=0}^{\alpha+\beta-1}\lambda(c), \quad (\alpha,\beta\neq 0). \tag{9}
$$

ここで α , β はそれぞれ，ステーション $j,(j=1,2)$ の車の総台数である.

4 数値結果

シミュレーション及び待ち行列による近似解析の結果を，Table 1 に示す.
ここで，$x_{max}=20m$, $v_{max}=60km/h$, $x_{min}=5m$ である．また，シミュレーションは１０回の試行を行い，t 分布により 95%の信頼区間を求めた.

Table 1 : mean sojourn time.

$S_1=100m$

λ (real arrival rate)		$S_2=50m$ simulation	$S_2=50m$ approximation	$S_2=100m$ simulation	$S_2=100m$ approximation
0.3	mean sojourn time	9.39-9.42	9.27	12.39-12.42	12.06
(0.303)	throughput	0.303	0.303	0.303	0.303
0.5	mean sojourn time	9.87-9.94	10.19	12.89-12.97	12.60
(0.506)	throughput	0.506	0.506	0.506	0.506
0.7	mean sojourn time	11.19-11.52	14.60	14.38-14.74	16.40
(0.704)	throughput	0.704	0.704	0.704	0.704
0.9	mean sojourn time	38.20-43.91	49.25	41.27-50.63	60.90
(0.921)	throughput	0.891	0.825	0.900	0.825

参考文献

[1] R.Haberman : Mathematical model.traffic flow, Prentice Hall,1977 （中井　暉久訳：交通流の数学モデル, 現代数学社）.

[2] Baskett,F., Chandy,K.M., Muntz,R., and Paracios, J.: Open, closed, and mixed networks with different classes of customers, J.Acm, 22,2,248-260(1975).