

搬送システムのモデル化と解析

(申請中) 上智大学 * 津金英行 TSUGANE Hideyuki
01703040 上智大学 山下英明 YAMASITA Hideaki
01201380 上智大学 鈴木誠道 SUZUKI Sigemichi

1 緒言

自動搬送システムは、搬送車が定められたコース上を動き、コース上に設けられたいくつかのステーションにおいて自動的に荷物の積み下ろしを行うシステムである。本研究では、この自動搬送システムをモデル化し、システムの挙動をマルコフ過程に基づいて確率的に解析し、システムの性能特性値を求めることを目的とする。

2 搬送システムのモデル化

Fig.1に示すような、ステーション数が n の簡単な搬送システムのモデル化を行う。

- 搬送車はステーションが配置されたループ状のシステムを一方方向に巡回している。
- 各ステーションでは、発生率 λ でランダムに品物の搬送リクエストが生じる。品物は行先確率 $r_i (1 \leq i \leq n-1)$ で i 番目先のステーションへ搬送される。
- 各ステーションの搬送待ちの品物数の容量は無限とする。
- 搬送車はステーションに到着した時点（品物を積んでいた場合には、その品物を下ろした時点）で、品物があればそのうち1つだけを積み、搬送先のステーションに移動する。品物がない場合は、空のまま隣のステーションへ移動する。
- ステーション間の移動にかかる時間を v とし、品物の積み下ろしにかかる時間を w とする。また、 $t = v + w$ とする。

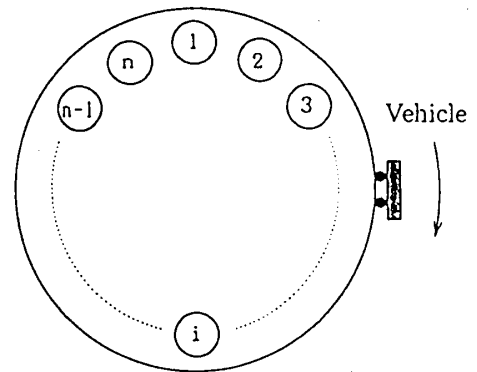


Fig.1 Circular Transfer System

3 解析

システムの観測時点を、搬送車がいずれかのステーションに到着した瞬間、あるいはステーションを通過する瞬間とする。観測時点において、搬送先のステーションがいくつか先かを s で表すものとする。そのステーションが搬送先のときは $s = 0$ となる。さらに観測時点において搬送車のいるステーションの品物数を m_1 、他のステーションの品物数を進行方向順にそれぞれ m_2, m_3, \dots とすると、状態 $(m_1, m_2, \dots, m_n; s)$ はマルコフ性を持つ。

この状態の定常確率 $P(m_1, m_2, \dots, m_n; s)$ について、搬送ルールに従って平衡状態方程式を求めると、 $i = 0, \dots, n-2$ について、

$$\begin{aligned}
 & P(m_1, m_2, \dots, m_n; i) \\
 &= r_{i+1} \sum_{\alpha_1=0}^{m_1} \cdots \sum_{\alpha_n=0}^{m_n} P(m_n - \alpha_n + 1, m_1 - \alpha_1, \dots, m_{n-1} - \alpha_{n-1}; 0) \frac{(\lambda t)^{\alpha_1}}{\alpha_1!} \cdots \frac{(\lambda t)^{\alpha_n}}{\alpha_n!} e^{-n\lambda t} \\
 &+ 1_{\{i < n-2\}} \left\{ \sum_{\alpha_1=0}^{m_1} \cdots \sum_{\alpha_n=0}^{m_n} P(m_n - \alpha_n, m_1 - \alpha_1, \dots, m_{n-1} - \alpha_{n-1}; i+1) \frac{(\lambda v)^{\alpha_1}}{\alpha_1!} \cdots \frac{(\lambda v)^{\alpha_n}}{\alpha_n!} e^{-n\lambda v} \right\} \\
 &+ 1_{\{i=0\}} \left\{ \sum_{\alpha_1=0}^{m_1} \cdots \sum_{\alpha_{n-1}=0}^{m_{n-1}} P(0, m_1 - \alpha_1, \dots, m_{n-1} - \alpha_{n-1}; 0) \frac{(\lambda v)^{\alpha_1}}{\alpha_1!} \cdots \frac{(\lambda v)^{\alpha_{n-1}}}{\alpha_{n-1}!} \frac{(\lambda v)^{m_n}}{m_n!} e^{-n\lambda v} \right\}
 \end{aligned} \tag{1}$$

となる。式 (1) について母関数をとると、 $i = 0, \dots, n-2$ について、

$$\begin{aligned}
 F(z_1, \dots, z_n; i) &= r_{i+1} \frac{1}{z_n} e^{\lambda t(z_1 + \dots + z_n - n)} \{ F(z_n, z_1, \dots, z_{n-1}; 0) - F(0, z_1, \dots, z_{n-1}; 0) \} \\
 &\quad + 1_{\{i < n-2\}} e^{\lambda v(z_1 + \dots + z_n - n)} F(z_n, z_1, \dots, z_{n-1}; i+1) \\
 &\quad + 1_{\{i=0\}} e^{\lambda v(z_1 + \dots + z_n - n)} F(0, z_1, \dots, z_{n-1}; 0)
 \end{aligned} \tag{2}$$

となる。ただし、

$$F(z_1, \dots, z_n; s) = \sum_{m_1=0}^{\infty} \dots \sum_{m_n=0}^{\infty} P(m_1, \dots, m_n; s) z_1^{m_1} \dots z_n^{m_n} .$$

$z = (z_1, \dots, z_n)$ について式 (2) の1階微分、2階微分をとり、 $z = 1$ を代入することで母関数の関係式が得られる。

また、ある観測時点とその2つ後の観測時点間での、各ステーションの平均待ち行列長の関係を次式のよ
うに近似する。

$$m_i^1 = \alpha_{0,1} m_{i+2}^0 + \alpha_{1,1} m_{i+2}^1 + \alpha_{3,1} m_{i+2}^3 + C, \tag{3}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 i &= 1, \dots, n, \\
 m_k^s &= \frac{\partial F(z_1, \dots, z_n; s)}{\partial z_k} \Big|_{z_1 = \dots = z_n = 1}, \quad p_0 = F(0, 1, \dots, 1; 0), \quad q^s = F(1, \dots, 1; s), \\
 \alpha_{0,1} &= \frac{1}{q^0} \left\{ (q^0 - p_0)(r_3 + r_1 \frac{q^0 - p_0}{q^0} r_2) + p_0 \frac{q^0 - p_0}{q^0} r_2 \right\}, \\
 \alpha_{1,1} &= \frac{q^0 - p_0}{q^0} r_2, \quad \alpha_{3,1} = 1, \\
 C &= (q^0 - p_0) \{ r_3(\lambda t + \lambda v - 1_{\{i=n-1\}}) + r_1 \frac{q^0 - p_0}{q^0} r_2(2\lambda t - 1_{\{i \geq n-1\}}) \} \\
 &\quad + (p_0 + q^1) \frac{q^0 - p_0}{q^0} r_2(\lambda t + \lambda v - 1_{\{i=n\}}) + q^3 2\lambda v.
 \end{aligned}$$

微分から得られる関係式と、式 (3) を連立することにより、 m_k^s を数値的に求めることができ、これらから各ステーションでの平均待ち行列長などの特性値の近似解が得られる。

4 数値結果

$n = 3$ のモデルについて、解析により求められる特性値の近似解うち、搬送車の到着ステーションの平均待ち行列長 $m_1 = m_1^0/q^0$ について、シミュレーションによる結果との比較を Table 1 に示す。 $r_1 = r_2 = 0.5$ とし、シミュレーションは10回の試行を行い、 t 分布により95%の信頼区間を求めた。

Table 1 : mean queue length.

λ	v	w	m_1	
			approximation	simulation
0.01	1.00	4.00	0.03546	0.03566 ± 0.00022
0.01	2.00	3.00	0.07101	0.07072 ± 0.00047
0.01	3.00	2.00	0.10672	0.10662 ± 0.00063
0.03	1.00	4.00	0.17451	0.17561 ± 0.00068
0.03	2.00	3.00	0.35736	0.36096 ± 0.00217
0.03	3.00	2.00	0.55945	0.56483 ± 0.00298
0.05	1.00	4.00	0.88143	0.92603 ± 0.01090
0.05	2.00	3.00	2.60669	2.75662 ± 0.05992
0.05	3.00	2.00	14.12458	14.90373 ± 1.08562