1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

戦力に関する非完備情報繰り返しゲーム

会員番号　01106696　福岡女子大学　*甲斐　裕　KAI Yu

J.C.Harsanyi['67] を始めとしてこれまで不完全非完備情報ゲームについては色々のモデルについて考察されてきたが，それらの多くは不完全性，非完備性を確率分布で表し，期待利得に関する解の考察をおこなっているが，繰り返しゲームにおける情報と利得の関連については殆ど研究されていない．一方，実際の繰り返しゲームの多くでは，情報と利得は密接な関連を持っている．例えばカードゲームでは相手のプレーヤーが取得する可能性のある手（取り得るカード５３枚）は全てわかっているが，実際に取り得る手（持っているカード）が何なのか不明であり，プレーを繰り返していく内にその情報が増え，次第に適切でより多くの利得をもたらす手が打てる様になる．

このような，相手の手の集合に関する情報が全部は知らされないゲームを，戦力に関する非完備情報繰り返しゲーム（ Repeated Games with Incomplete Information on Action Spaces:RIAS-Game）と呼ぶことにする．両プレーヤーの目的は利得をできるだけ多くすることであるが，各々のプレーは利得をもたらすと同時に、各プレーヤーの手の集合に関する情報与え次段以降の利得に影響を及ぼすという二つの面を持っている。従って、各プレーヤーは手の選択においてその段の利得だけでなく，その手のもたらす情報が次段以降の利得に及ぼす影響の両面を考慮しなければならない．RIAS-Game を以下のように定義する：

$S = \{1,...,m\}$: P-1 の状態集合
$T = \{1,...,n\}$: P-2 の状態集合
θ_1 :　S 上のパラメーター，$P(\theta_1 = i) = 1/m$
θ_2 :　T 上のパラメーター，$P(\theta_2 = j) = 1/n$
A_i :　P-1 の状態が i である時の手の集合（即ち，手の集合は状態によって定まる）

$A \equiv \bigcup_{i=1}^{m} A_i$　: P-1 が取る可能性のある手全体の集合

B_j :　P-2 の状態が j である時の手の集合（即ち，手の集合は状態によって定まる）

$B \equiv \bigcup_{j=1}^{n} B_j$　: P-2 が取る可能性のある手全体の集合

$r(a,b)$: P-1 が　$a \in A$，P-2 が $b \in B$ を取ったとき，P-2 が P-1 に支払う額

$h_t \equiv (a_1,b_1,...,a_t,b_t) \in (A\times B)^t$: t-段までの履歴で
$a_1,...,a_t \in A,\ b_1,...,b_t \in B$

h_0 : ゲーム開始時の履歴を便宜上 h_0とおく

$H_t \equiv (A \times B)^t$: t-段までの履歴全体の集合

以上の設定の下で，ゲームは N 回プレーを繰り返して行うものとする.

P-1，P-2 の戦略 π, σ を以下のように定める：

$\pi = (\pi^1, \ldots, \pi^m)$: P-1 の戦略

$\pi^i = (\pi^i_1, \ldots, \pi^i_N)$: P-1の状態 i における戦略，

$\pi^i_t : (A_i \times B)^{t-1} \to A_i,\ h_{t-1} \mapsto \pi^i_t(h_{t-1}) \in A_i$

ただし，$h_{t-1} = (a_1, b_1, \ldots, a_{t-1}, b_{t-1})$

$a_1, \ldots, a_{t-1} \in A_i, \qquad t = 1, \ldots, N$

であり，$(A_i \times B)^0 = \{h_0\}$ とする.

$\sigma = (\sigma^1, \ldots, \sigma^n)$: P-2 の戦略

$\sigma^j = (\sigma^j_1, \ldots, \sigma^j_N)$: P-2 の状態 j における戦略，

$\sigma^j_t : (A \times B_j)^{t-1} \to B_j,\ h_{t-1} \mapsto \sigma^j_t(h_{t-1}) \in B_j$

ただし，$h_{t-1} = (a_1, b_1, \ldots, a_{t-1}, b_{t-1})$

$b_1, \ldots, b_{t-1} \in B_j, \qquad t = 1, \ldots, N$

であり，$(A \times B_j)^0 = \{h_0\}$ とする.

戦略 π，σ に対する P-1 の期待利得（ P-2 の期待損失）$E(\pi, \sigma)$ を次の様に定める：

$$E(\pi, \sigma)$$

$$= E_{\pi\sigma}\left[\sum_{t=1}^{N} r(a_t, b_t)\right]$$

$$= \sum_{i,j} P(\theta_1 = i, \theta_2 = j) \sum_{t=1}^{N} \sum_{h_{t-1} \in H_{t-1}} P_{\pi\sigma}(h_{t-1} \mid \theta_1 = i, \theta_2 = j)\, r(\pi^i_t(h_{t-1}), \sigma^j_t(h_{t-1}))$$

我々はこの RIAS-Game における情報構造を定式化し，戦略，情報，利得の相互の関連について考察する.