

## フロンティアからの偏差を考慮したDEAの加法型モデル

東京理科大学 \* 須藤尚之 SUTO Naoyuki

02601660 東京理科大学 平瀬啓太 HIRASE Keita

01701440 東京理科大学 山口俊和 YAMAGUCHI Toshikazu

## 1. はじめに

DEA(Data Envelopment Analysis)[1]は、多入力多出力系の相対的な効率性を評価する方法である。DEAの既存のモデルに加法モデル[1]がある。加法モデルの長所は、改善目標を求める際に入力及び出力の両方を考慮している点、また入出力項目に負の値を持つデータを取り扱う事も可能な点である。しかし、入力スラック及び出力スラックのウェイトとの加重和を最大化しているため、改善目標が偏った方向に向かってしまうという問題点がある。

企業体の目指す経営は、産出の拡大、投入の削減の2つの要素から構成されている。相対的に非効率的であると評価された際に、目指すべき改善の方向はいろいろと考えられる。産出の拡大のみを目指すのは現在のような低成長化の環境の下では困難であり、また人員の削減などの投入の削減のみを目指すのも将来性を考慮する上で得策ではない。したがって、産出の拡大及び投入の削減をできるだけバランスの取れた割合で達成する方向が企業を目指すべき方向であると考えられる。

本研究では、入出力項目のそれぞれについて他の項目を固定項目とした場合のフロンティアからの偏差を求め、それをその項目についての入力の限界削減量あるいは出力の限界増大量と定義する。

提案するモデルは非効率的と評価されたDMUの改善目標を限界削減量と限界増大量をバランス良く削減あるいは増大させるようにして求める。

## 2. DEAの加法型モデル

DEAの加法型モデルの定式化は以下のようになる。なお分析対象をDMU<sub>o</sub>とする。

【P1】

$$\max \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \quad (1)$$

sub.to

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}\lambda_j = x_{io} - s_i^- \quad (i=1, \dots, m) \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj}\lambda_j = y_{ro} + s_r^+ \quad (r=1, \dots, s) \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (4)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (j=1, \dots, n) \quad (5)$$

$$s_i^- \geq 0 \quad (i=1, \dots, m) \quad (6)$$

$$s_r^+ \geq 0 \quad (r=1, \dots, s) \quad (7)$$

## 3. 提案するモデル

## 3.1 定式化

提案するモデルの定式化を以下に示す。

【P2】

$$\max P_1\alpha + P_2 \left( \sum_{i=1}^m d_{2i}^- + \sum_{r=1}^s d_{2r}^+ \right) \quad (8)$$

sub.to

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}\lambda_j = x_{io} - d_{1i}^- - d_{2i}^- \quad (i=1, \dots, m) \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj}\lambda_j = y_{ro} + d_{1r}^+ + d_{2r}^+ \quad (r=1, \dots, s) \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (11)$$

$$\frac{d_{1i}^-}{s_i^-}, \frac{d_{1r}^+}{s_r^+} \geq \alpha \quad (i=1, \dots, m), (r=1, \dots, s) \quad (12)$$

$$d_{1i}^-, d_{2i}^- \geq 0 \quad (i = 1, \dots, m) \quad (13)$$

$$d_{1r}^+, d_{2r}^+ \geq 0 \quad (r = 1, \dots, s) \quad (14)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (15)$$

ただし、 $P_1, P_2$  は付順係数 ( $P_1 \gg P_2$ ) であり、

$x_{ij}$  : DMU<sub>j</sub> の i 番目の入力値

$y_{rj}$  : DMU<sub>j</sub> の r 番目の出力値

$s_i^-$  : i 番目の入力の限界削減量

$s_r^+$  : r 番目の出力値の限界拡大量

である。

目的関数は、限界削減量、限界拡大量に対する削減量、拡大量の割合の最小値の最大化であり、これによって改善する割合をバランス良くしている。

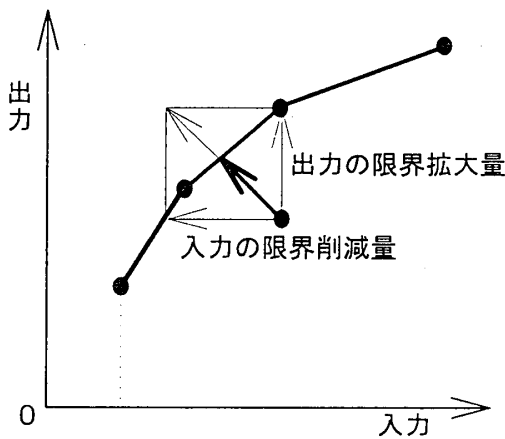


図1. 改善目標の導出

### 3. 2 改善目標の導出手順

(ステップ1) BCCモデルを解く。

(ステップ2) 非効率的と評価されたDMUについて限界削減量、限界増大量を求める。

(ステップ3) 【P2】を解く。

(ステップ4) 【P2】の最適解における  $d_{1i}^*, d_{2i}^*, d_{1r}^*$ 、

$d_{2r}^*$  より、DMU<sub>o</sub> の改善目標  $x_{io}^*, y_{ro}^*$  を、

$$\begin{cases} x_{io}^* = x_{io} - d_{1i}^* - d_{2i}^* & (17) \\ y_{ro}^* = y_{ro} + d_{1r}^* + d_{2r}^* & (18) \end{cases}$$

とする。

ただし、もっと厳密にバランスの良い改善案を求めたい場合は、 $d_{2i}^*, d_{2r}^*$  に値を持つ入出力項目について段階的に改善案を求めてゆけばよい。

## 4. 提案するモデルの特徴

(1) 提案するモデルは、各入出力方向へのフロンティアまでの偏差を非効率性と考え、入出力項目すべてについてその割合をできるだけ均等に削減、または拡大を目指しているモデルである。各DMUについて各入力の限界削減量、限界増大量を求めたのは、そこにフロンティアがあるからであり、限界までの余地を考え、バランス良く削減または、増大させることで、より合理的な改善目標を得ることができる。

(2) 既存の入出力統合モデル[2]は現在の入力値に対する一律縮小率、及び出力値に対する一律拡大率を同等なものとして考えている。これは、入力値の一律縮小率を0に近づけた場合と出力値の一律拡大率を無限大に近づけた場合が同等のものとして扱っていると解釈できる。しかし、提案したモデルでは相対的に削減できる入力値の偏差及び、増大できる出力値の偏差を求めた上で、その値に対する移動の割合を一律に最大化している。そのために、データ自身から改善目標を求めるといったDEAの基本的な考えと同様の方針で改善目標を求めているといえる。

### 【参考/引用文献】

- [1] 刀根薫：「経営効率性の測定と改善 --- 包絡分析法DEAによる ---」，日科技連出版社，(1993)
- [2] 谷彩子：「多入力-多出力系の効率評価法 (DEA) に関する研究」，慶応義塾大学大学院理工学研究科修士論文，(1992)
- [3] Sueyoshi, T and Chang, Y. : "Efficient Algorithm for Additive and Multiplicative Models in Data Envelopment Analysis". Operations Research Letters, pp. 205-213, Vol. 8, No4 (1989)