1995年度日本オペレーションズ・リサーチ学会
春季研究発表会

可能性測度に基づく Fuzzy Sharing Problem

02003584　大阪大学　*伊藤　健　　ITOH Takeshi
01005194　大阪大学　石井　博昭　ISHII Hiroaki

1　はじめに

ある物資を複数の供給地から需要地へ公平に配分する問題が、Brown[1] により最大化目的関数をもつネットワーク問題として取り扱われた。各需要地における物資の必要量は様々である。Brown はそのような点を考慮し、各需要地に重みを定め、各需要地への物資到着量をその重みで割り、それらの最小値を出来るだけ大きくする様な輸送パターンを求めることにより各需要地間の公平性を実現している。

この問題では重みを定数と考えて定式化を行っているが、実際にはこの値の決定は非常に複雑かつ重要なことであり、さらに重み自身ある程度の幅をもったものと考えられる。そこで、我々はこのような点を改善するべく、重みを可能性変数（ファジィ数）として取り扱い、様相性最適化による一方法を提案する。

2　定式化

対象とするネットワークを $N_0 = (N_0, A_0)$ と表す。ただし、N_0, A_0はそれぞれ輸送地点，ルートに対応する節，枝集合である。また、次のような記号を用いる

S	:	供給点集合 $(\subset N_0)$
T	:	需要点集合 $(\subset N_0)$
s	:	スーパーソース
u	:	スーパーシンク
$f(i,j)$	:	アーク (i,j) における i から j へのフロー
$c(i,j)$	:	アーク (i,j) の容量
$f(t)$	:	需要点 t に流れ込むフローの総量 $(t \in T)$

さらに、スーパーソース，シンクにより拡大されたネットワークを $N = (N_0 + \{s\} + \{u\}, A_0 + \{(s,i)\} + \{(t,u)\})$ とする。

各需要点に設けられる重み $w(t)$ を、次式で定められるようなメンバシップ関数（図１参照）により制限される不確定な値，可能性変数とする。

$$\mu_{W(t)}(w(t)) = R\{\alpha_t(w(t) - d_t)^2\}$$

ただし、$\alpha > 0$, $R : [0, +\infty) \to [0,1]$ なる非増加関数とする。

ここで、各需要点に流れ込むフローの満足度に対応するものとして

$$y_t = f(t) \cdot w(t)$$

を考えると、その分布は

$$\mu_{Y_t}(y_t) = \mu_{W(t)}\left(\frac{y_t}{f(t)}\right)$$

とすることができる。ファジィ最適化を行うため、各需要点に対してファジィ目標 G_t ($\mu_{G_t}(\cdot)$: 図２参照）として「y_tはだいたい g_t^u以上である。」を設ける。フローに対する満足度が著しく低い需要点を無くしたいという意図から、G_t の可能性測度が最小となる点に関して、その値を最大化することにより定式化を行う。

$$
\begin{array}{llll}
P_1 : & maximize & \{\min\limits_t & \Pi_{Y_t}(G_t)\} \\
& subject\ to & y_t = f(t) \cdot w(t)\ , \ t \in T & \\
& & \sum\limits_{j \in N} f(i,j) = \sum\limits_{j \in N} f(j,i) & \\
& & \sum\limits_{i \in S} f(s,i) = v^* & \\
& & \sum\limits_{i \in N} f(i,t) = f(t) & \\
& & 0 \le f(i,j) \le c(i,j) &
\end{array}
$$

$\mu_{Y_t}(\cdot)$, $\mu_{G_t}(\cdot)$ は共に正規であるとすると、μ_{Y_t} の単峰性，μ_{G_t} の非減少性により次の様な同値変形が可能である。

$$\Pi_{Y_t}(G_t) = h_t$$

$$\Leftrightarrow \quad \sup_{y_t} \min\{\mu_{Y_t}(y_t), \mu_{G_t}(y_t)\} = h_t$$

⇔ 「$\mu_{Y_t}(y_t) = h_t$ を満足する最大の y_t が $\mu_{G_t}(y_t) = h_t$ を満足する。」

$$\Leftrightarrow \quad f(t)\left(d_t + \sqrt{\frac{R^*(h_t)}{\alpha_t}}\right) = \mu^*_{G_t}(h_t)$$

ただし、$R^*(h_t)$, $\mu^*_{G_t}(h_t)$ は次の様に定義する。

$$R^*(h_t) = \begin{cases} \sup\{r \mid R(r) > h_t, r \geq 0\} & (h_t < 1) \\ 0 & (h_t = 1) \end{cases}$$

$$\mu^*_{G_t}(h_t) = \inf\{r \mid \mu_{G_t}(r) > h_t\}$$

したがって、P_1 は次問題 P_2 に変換できる。

$$\begin{aligned} P_2 \ : \quad & \mathit{maximize} \quad \{\min_t \ h_t\} \\ & \mathit{subject\ to} \quad 0 \leq h_t \leq 1 \ , \ t \in T \\ & \qquad f(t)\left(d_t + \sqrt{\frac{R^*(h_t)}{\alpha_t}}\right) = \mu^*_{G_t}(h_t) \\ & \qquad \sum_{j \in N} f(i,j) = \sum_{j \in N} f(j,i) \\ & \qquad \sum_{i \in S} f(s,i) = v^* \\ & \qquad \sum_{i \in N} f(i,t) = f(t) \\ & \qquad 0 \leq f(i,j) \leq c(i,j) \end{aligned}$$

3 おわりに

ここでは本研究における定式化の部分のみ紹介したが、解法については当日説明するつもりである。

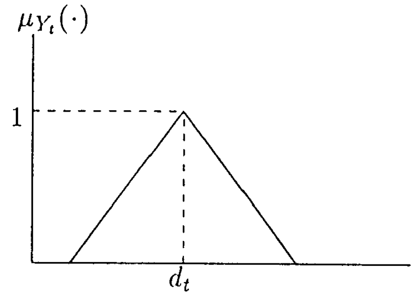

図 1

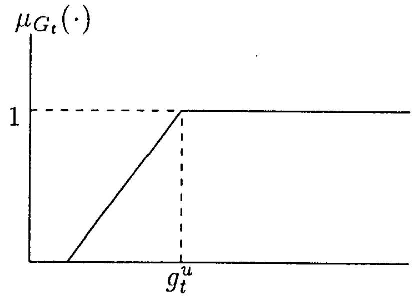

図 2

参考文献

[1] J.R.Brown : The Sharing Problem, Operations Research, Vol.27(1979).

[2] 多田実 他 : 一般化整数シェアリング問題，電子情報通信学会論文誌，Vol.J70-A No.2(1987).

[3] M.Tada, et al. : Fuzzy Sharing Problem, Fuzzy Sets and Systems, Vol.33(1989).

[4] T.Ichimori, et al. : Optimal Sharing, Mathematical Programming, Vol:23(1982).

[5] S.Chanas and W.Kolodziejczyk : Integer Flows in Network with Fuzzy Capacity Constraints, Networks, Vol.16(1986).